

Übungen zur Vorlesung:
Landesvermessung

Blatt 5: **GK- und UTM-Koordinaten**

Gegeben seien die folgenden Punkte:

1	$L = 10^{\circ}32'58''.0327$ O	$B = 53^{\circ}34'08''.9236$ N
2	$R = 5\,418\,089.805$ m	$H = 5\,381\,470.483$ m
3	$E = 33\,418\,108.732$ m	$N = 5\,379\,973.229$ m
4	$R = 4\,434\,716.673$ m	$B = 48^{\circ}14'29''.6587$ N

5.1 Transformation $\{B, L\} \rightarrow \{Y, X\}$

- i)* Schreiben Sie Funktion für die Transformation von ellipsoidisch-geographischen in eben konforme Koordinaten und geben Sie diese ab.
- ii)* Berechnen Sie die GK-Koordinaten für Punkt 1 bei Verwendung der Hauptmeridiane von 9° und 12° . Wie stark unterscheiden sich die jeweiligen Rechts- und Hochwerte?
- iii)* Berechnen Sie die UTM-Koordinaten von Punkt 1 unter Verwendung des Hayford-Ellipsoids. Wie verändern sich die Koordinaten, wenn alternativ das WGS84-Ellipsoid verwendet wird?

5.2 Transformation $\{Y, X\} \rightarrow \{B, L\}$

- i)* Schreiben Sie eine Funktion für die obige Transformationsrichtung.
- ii)* Berechnen Sie die geographischen Koordinaten von Punkt 2.
- iii)* Berechnen Sie die geographischen Koordinaten von Punkt 3 (Hayford-Ellipsoid).

Tips:

- $[Y, X] = \text{bl2ek}(B, L, L0, \text{gkutm}, \text{ellips})$: Mit der Variablen `gkutm` kann zwischen GK und UTM gewählt werden, die Variable `ellips` definiert das Ellipsoid.
- $[B, L] = \text{ek2bl}(Y, X, L0, \text{gkutm}, \text{ellips})$
- Einheiten der Winkel beachten, Ergebnisse immer in [DMS] angeben.
- Berechnung von q aus B ist direkt möglich oder aus Reihenentwicklung oder mittels numerischer Integration.

Beiblatt zur 5. Übung in Landesvermessung
Vorgehen bei den Transformationen mit eben konformen Koordinaten
 Formeln nach Großmann, 1976

1. Transformation $\{B, L\} \rightarrow \{Y, X\}$

Gegeben: B, L , Bezugsmeridian L_0

Gesucht: Y, X (Rechts- und Hochwert bzw. Ordinate und Abszisse)

i) $\ell = L - L_0$

ii) Berechnung der Meridianbogenlänge G bis zum Schnittpunkt des Breitenkreises mit dem Hauptmeridian P_B mittels numerischer Integration aus:

$$dG = M dB \quad \Rightarrow \quad G = \int_0^B M dB$$

iii) Berechnung der Glieder einer Taylorentwicklung am Punkt P_B mit $t = \tan B$ und $\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$:

$$a_1 = N \cos B$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} N \cos^2 B \cdot t$$

$$a_3 = -\frac{1}{6} N \cos^3 B \cdot (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$a_4 = \frac{1}{24} N \cos^4 B \cdot t \cdot (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$$

$$a_5 = \frac{1}{120} N \cos^5 B \cdot (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2)$$

$$a_6 = \frac{1}{720} N \cos^6 B \cdot t \cdot (61 - 58t^2 + t^4)$$

iv) Berechnung der eben konformen Koordinaten:

$$x = G - a_2 \ell^2 + a_4 \ell^4 - a_6 \ell^6 + \dots$$

$$y = a_1 \ell - a_3 \ell^3 + a_5 \ell^5 - \dots$$

v) Anbringen der Kennziffer Kz , des Ordinatenzuschlags von 500 000 m und des Maßstabsfaktors m_0 . Es folgen die Koordinaten Y und X .

GK: $Kz = \frac{L_0}{3}, m_0 = 1.$

UTM: $Kz = \frac{1}{6}(L_0 + 3) + 30, m_0 = 0.9996.$

Konstanten (jeweils 10 relevante Stellen verwenden!):

Bessel-Ellipsoid: $a = 6\,377\,397.155$ m, $f = 1/299.152\,812\,8.$

Hayford-Ellipsoid: $a = 6\,378\,388.000$ m, $f = 1/297.0.$

WGS84-Ellipsoid: $a = 6\,378\,137.000$ m, $f = 1/298.257\,223\,6.$

2. Transformation $\{Y, X\} \rightarrow \{B, L\}$

Gegeben: Y, X

Gesucht: B, L

- i) Abziehen der Kennziffer, des Ordinatenzuschlags und Division durch den Maßstabsfaktor. Es folgen die Koordinaten y und x .
- ii) evtl. Ermittlung des Hauptmeridians aus der Kennziffer.
- iii) Für den Fußpunkt P_f gilt $x = G$. Es folgt die Breite des Fußpunktes B_f aus der Meridianbogenlänge G durch Umkehrung der Reihenentwicklung zu:

$$B_f = B' + \frac{3}{2}n \left(1 - \frac{9}{16}n^2\right) \sin 2B' + \frac{1}{16}n^2 \left(21 - \frac{55}{2}n^2\right) \sin 4B' \\ + \frac{151}{96}n^3 \sin 6B' + \frac{1097}{512}n^4 \sin 8B' + \dots$$

mit:

$$B' = \frac{1+n}{a} \cdot \frac{G}{A_0}, \quad A_0 = 1 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{64}n^4, \quad n = \frac{a-b}{a+b}$$

- iv) Die geographische Breite folgt aus der isometrischen Breite ebenso wie die Länge mittels einer Taylorreihe am Fußpunkt P_f (also B_f für B, N, t und η verwenden). Die benötigten Reihenglieder sind:

$$b_1 = \frac{1}{N \cos B} \\ b_2 = \frac{t}{2N^2 \cos B} \\ b_3 = \frac{1 + 2t^2 + \eta^2}{6N^3 \cos B} \\ b_4 = \frac{t \cdot (5 + 6t^2 + \eta^2 - 4\eta^4)}{24N^4 \cos B} \\ b_5 = \frac{5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 + 8\eta^2 t^2}{120N^5 \cos B} \\ b_6 = \frac{t \cdot (61 + 180t^2 + 120t^4)}{720N^6 \cos B} \\ d_1 = \cos B(1 + \eta^2) \quad d_2 = -\frac{1}{2} \cos^2 B \cdot t(1 + 4\eta^2) \\ d_3 = -\frac{1}{6} \cos^3 B(1 - t^2 + 5\eta^2 - 13\eta^2 t^2 + 7\eta^4 - 27\eta^4 t^2 + \dots)$$

- v) Berechnung der Breiten und des Längenunterschieds:

$$(q = q_f - b_2 y^2 + b_4 y^4 - b_6 y^6, \text{ mit } q_f \text{ aus } B_f) \\ B = B_f - b_2 d_1 y^2 + (b_4 d_1 + b_2^2 d_2) y^4 - (b_6 d_1 + 2b_2 b_4 d_2 + b_2^3 d_3) y^6 - \dots \\ \ell = b_1 y - b_3 y^3 + b_5 y^5 - \dots$$

- vi) $L = \ell + L_0$.