Inst. für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Technische Universität München
Dipl.-Ing. Claudia Stummer
Tel. 089 – 289 23182, Zi. 2614
stummer@bv.tum.de

Wintersemester 2011/2012

Übungen zur Vorlesung:
Landesvermessung

Blatt 3: **Soldner-Koordinaten**

Gegeben sind die amtlichen Soldner-Koordinaten (x, y) bzw. die sphärisch-geographischen Koordinaten (φ, λ) folgender Punkte:

#	Name	x [m] bzw. φ	y [m] bzw. λ
15	Blöckenstein (bei Passau)	74 287.22	−162 799.99
18	Breitsöl (bei Aschaffenburg)	198 388.49	154 143.90
37	Grünten (Allgäuer Alpen)	47°42′17″.5307	10°19′03″.1181

Das auf die Soldnerkugel reduzierte Azimut von Blöckenstein zum Punkt 114 (Wendelstein) beträgt $A = 228°18'41''.7977$ und die Distanz auf der Kugeloberfläche ist $s = 178\,550.140$ m.

3.1 Soldner-Rechenkoordinaten

Korrektur des Fehlers in der Orientierung und Spiegelung auf Linkssystem.

i) Geben Sie die Soldner-Rechenkoordinaten für die Punkte 15 und 18 an.

3.2 Erste geodätische Hauptaufgabe

Berechnung der Koordinaten eines Zielpunktes und des Gegenrichtungswinkels aus gemessenen Größen.

i) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion zur 1. Hauptaufgabe auf der Kugel unter Verwendung der Formeln der sphärischen Trigonometrie.

ii) Berechnen Sie die 1. Hauptaufgabe für den Punkt 114: Wendelstein (Achtung: $A \neq \alpha$).

iii) Wie unterscheidet sich in diesem Fall die Berechnung mit Hilfe der Näherungsformeln nach Soldner von der sphärischen Rechnung (Zahlenwerte angeben)?

3.3 Zweite geodätische Hauptaufgabe

Berechnung der Strecke und der beiden Richtungswinkel zwischen zwei Punkten.

i) Schreiben Sie eine entsprechende Matlab-Funktion.

ii) Berechnen Sie die gesuchten Größen zwischen den beiden Punkten 15 und 18.

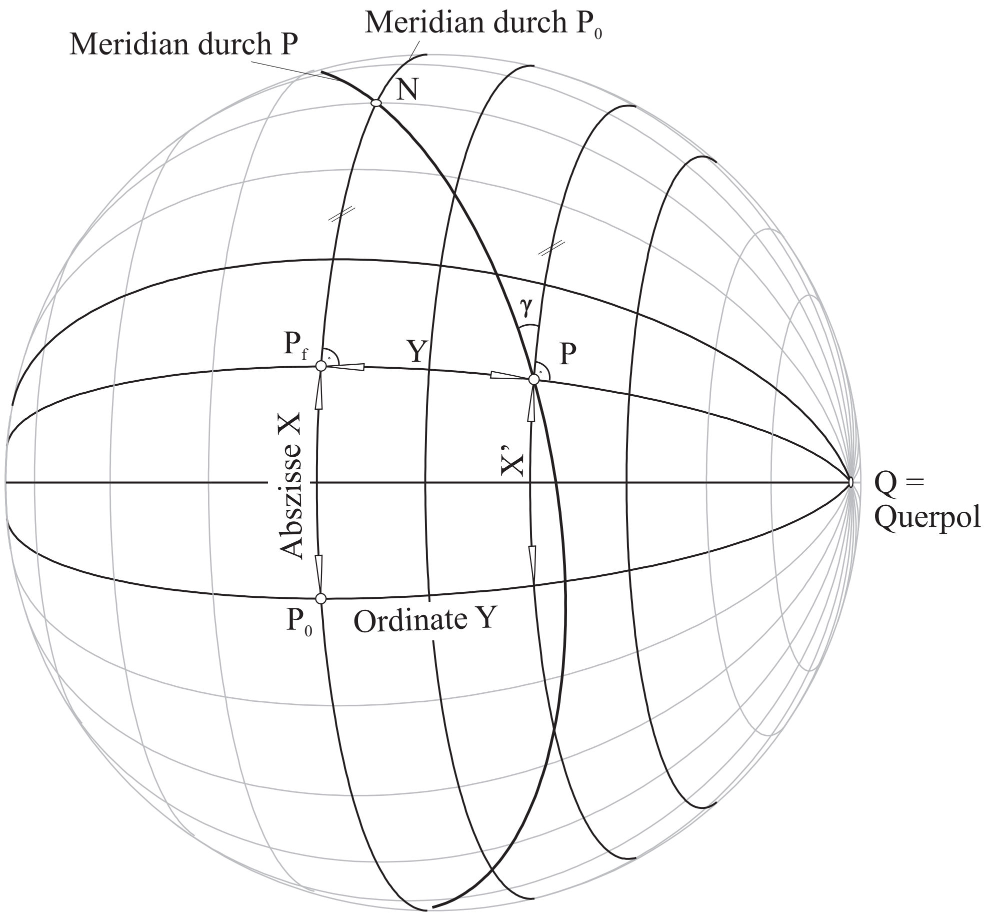
iii) Wie lauten die entsprechenden Azimute in den beiden Punkten?

iv) Wie unterscheidet sich die Näherungsrechnung nach Soldner von der sphärischen Rechnung in diesem Fall (Zahlenwerte angeben)?

3.4 Transformationen

i) Geben Sie für die Punkte 37 und 114 die Soldner-Koordinaten an.

ii) Wie lauten die sphärisch-geographischen Koordinaten (in [dms]) für die Punkte 15, 18 und 114?



Formeln zur 3. Übung in Landesvermessung

Allgemeines zu Soldner-Koordinaten (vgl. Abb.)

$$\begin{aligned}
\text{Radius der Soldnerkugel} &: \; R = 6\,388\,172\,\mathrm{m} \\
\text{Koordinaten des Nullpunktes} &: \; \varphi_0 = 48°08'20'' \text{ N}, \; \lambda_0 = 11°34'15'' \text{ E} \\
\text{Parallelkoordinaten in Bogenmaß} &: \; \bar{x} = \frac{x}{R}\,, \; \bar{y} = \frac{y}{R} \\
\text{Abszissenverjüngungsfaktor} &: \; n = \cos\bar{y} \\
\text{Radius der geodätischen Parallelkreise} &: \; p = n \cdot R \\
\text{Meridiankonvergenz} &: \; \tan\gamma = \sin\bar{y} \cdot \tan\varphi_f = \sin\varphi \cdot \tan(\lambda - \lambda_0)
\end{aligned}$$

Transformation: Parallelkoordinaten → Sphärisch-geographisch

$$\begin{aligned}
\varphi_f &= \varphi_0 + \bar{x} \\
\sin\varphi &= \sin\varphi_f \cdot \cos\bar{y} \\
\tan(\lambda - \lambda_0) &= \frac{\tan\bar{y}}{\cos\varphi_f}
\end{aligned}$$

Transformation: Sphärisch-geographisch → Parallelkoordinaten

$$\begin{aligned}
\tan\varphi_f &= \frac{\tan\varphi}{\cos(\lambda - \lambda_0)} \\
\bar{x} &= \varphi_f - \varphi_0 \\
\sin\bar{y} &= \cos\varphi \cdot \sin(\lambda - \lambda_0)
\end{aligned}$$

1. Hauptaufgabe

Gegeben: x_1, y_1, s, α_1
Gesucht: x_2, y_2, α_2

a) Näherung durch Reihenentwicklung nach Soldner

$$\begin{aligned}
y_2 &= y_1 + s\sin\alpha_1 - \frac{s^2\cos^2\alpha_1}{2\,R^2}\left(y_1 + \frac{s\sin\alpha_1}{3}\right) + \ldots \\
x_2 &= x_1 + s\cos\alpha_1 + \frac{s\cos\alpha_1}{2\,R^2}\left({y_2}^2 - \frac{s^2\sin^2\alpha_1}{3}\right) + \ldots \\
\alpha_2 &= \alpha_1 \pm \pi - \frac{s\cos\alpha_1}{R^2}\left(y_1 + \frac{s\sin\alpha_1}{2}\right) + \ldots
\end{aligned}$$

b) exakte sphärische Trigonometrie ($\bar{s} = s/R$)

$$\sin\bar{y}_2 = \cos\bar{s}\,\sin\bar{y}_1 + \sin\bar{s}\,\cos\bar{y}_1\,\sin\alpha_1 \qquad \text{(Kosinussatz)}$$

$$\sin(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) = \sin\bar{s} \cdot \frac{\cos\alpha_1}{\cos\bar{y}_2} \qquad \text{(Sinussatz)} \qquad \text{oder}$$

$$\tan(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) = \frac{\cos\alpha_1}{\cot\bar{s}\cos\bar{y}_1 - \sin\bar{y}_1\sin\alpha_1} \qquad \text{(Kotangentensatz)}$$

$$\tan(\alpha_2 \pm \pi) = \frac{\cos\bar{s}\sin\alpha_1 - \tan\bar{y}_1\sin\bar{s}}{\cos\alpha_1} \qquad \text{(Kotangentensatz)}$$

2. Hauptaufgabe

Gegeben: x_1, y_1, x_2, y_2
Gesucht: s, α_1, α_2

a) Näherung durch Reihenentwicklung nach Soldner ($\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$)

$$\begin{aligned} s &= \frac{\Delta y - (y)}{\sin\alpha_1} = \frac{\Delta x - (x)}{\cos\alpha_1} \\ \tan\alpha_1 &= \frac{\Delta y - (y)}{\Delta x - (x)} \\ \alpha_2 &= \alpha_1 \pm \pi + (\alpha) \end{aligned}$$

$$\text{mit:} \qquad \begin{aligned} (y) &= -\frac{\Delta x^2 y_1}{2\,R^2} - \frac{\Delta x^2 \Delta y}{6\,R^2} - \ldots \\ (x) &= +\frac{\Delta x\, {y_2}^2}{2\,R^2} - \frac{\Delta x\, \Delta y^2}{6\,R^2} + \ldots \\ (\alpha) &= -\frac{\Delta x}{R^2}\left(y_1 + \frac{\Delta y}{2}\right) + \ldots \end{aligned}$$

b) exakte sphärische Trigonometrie ($\bar{s} = s/R$)

$$\begin{aligned} \cos\bar{s} &= \sin\bar{y}_1 \sin\bar{y}_2 + \cos\bar{y}_1 \cos\bar{y}_2 \cos(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) && \text{(Kosinussatz)} \\ \tan\alpha_1 &= \frac{\tan\bar{y}_2 \cos\bar{y}_1 - \sin\bar{y}_1 \cos(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)}{\sin(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)} && \text{(Kotangentensatz)} \\ \tan(\alpha_2 \pm \pi) &= \frac{\sin\bar{y}_2 \cos(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) - \tan\bar{y}_1 \cos\bar{y}_2}{\sin(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)} && \text{(Kotangentensatz)} \end{aligned}$$