Inst. für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Technische Universität München
Dipl.-Ing. Claudia Stummer
Tel. 089 – 289 23193, Zi. 3615
stummer@bv.tum.de

Sommersemester 2011

Übungen zur Vorlesung:
Erdmessung 2

Blatt 2: **Geometrie des Schwerefeldes**

Das Schwerepotential W läßt sich näherungsweise darstellen durch die Anteile V_0 (Zentralterm), V_2 (Abplattung) und Z (Zentrifugalpotential):

$$W \;=\; V_0 + V_2 + Z \;=\; \frac{GM}{r} \;+\; \frac{GM}{R}\left(\frac{R}{r}\right)^3 C_{20} P_{20}(\cos\theta) \;+\; \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \sin^2\theta$$

Allgemein wird die Krümmung des Schwerefeldes ausgedrückt durch den sogenannten *Marussi*-Tensor der zweiten Ableitungen:

$$\boldsymbol{M}(W) \;=\; \begin{pmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ & W_{yy} & W_{yz} \\ \mathit{sym.} & & W_{zz} \end{pmatrix}$$

Speziell für die Krümmung k_A in Richtung des Azimuts A gilt:

$$k_A \;=\; -1/g \cdot (\, W_{xx}\cos^2 A \;+\; W_{yy}\sin^2 A \;+\; 2W_{xy}\sin A\cos A\,)$$

Daraus ergibt sich für die Richtungen der extremalen Krümmung:

$$\frac{\partial K_A}{\partial A} = 0 \quad \rightarrow \quad \tan 2A = \frac{2\,W_{xy}}{W_{xx} - W_{yy}}$$

i) Berechnen Sie den *Marussi* Tensor $\boldsymbol{M}(V_2)$ des Abplattungsterms. Verwenden Sie hierzu die folgenden allgemeinen Beziehungen:

$$V_{xx} = \tfrac{1}{r^2}V_{\theta\theta} + \tfrac{1}{r}V_r \qquad V_{xy} = -\tfrac{1}{r^2\sin\theta}V_{\theta\lambda} + \tfrac{\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}V_\lambda$$

$$V_{xz} = -\tfrac{1}{r}V_{\theta r} + \tfrac{1}{r^2}V_\theta \qquad V_{yy} = \tfrac{1}{r^2\sin^2\theta}V_{\lambda\lambda} + \tfrac{\cot\theta}{r^2}V_\theta + \tfrac{1}{r}V_r$$

$$V_{yz} = \tfrac{1}{r\sin\theta}V_{\lambda r} - \tfrac{1}{r^2\sin\theta}V_\lambda \qquad V_{zz} = V_{rr}$$

ii) Überprüfen Sie Ihre Berechnung anhand der Laplace-Bedingung $\Delta V = 0$.

iii) Wie lautet die Richtung der maximalen bzw. minimalen Krümmung, die durch die Abplattung verursacht wird?

iv) Wie groß sind die jeweiligen (maximalen, minimalen) Krümmungsradien am Pol, am Äquator und an einem Ort der Breite $\varphi = 45°$?

Abgabetermin: *31. Mai 2011*