

Übungen zu
Erdmessung 1

Blatt 2: **Sphärisch harmonische Synthese**

Aus der Potentialtheorie ist die sphärisch harmonische Synthese bekannt:

$$f(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{N_{max}} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda). \tag{1}$$

Damit lassen sich bei bekannten Koeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} z.B. beliebige Funktionale des Störpotentials auf der Kugeloberfläche berechnen. Aufgabe ist die Erstellung eines MATLAB-Programms zur sphärisch harmonischen Synthese und die anschließende Berechnung eines globalen Gitters eines solchen Funktionals, den Geoidhöhen (näheres dazu in späteren Vorlesungen der Erdmessung). Hierzu sind die Funktion `legfun.m` zur Berechnung der zugeordneten Legendre-Funktionen $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$, sowie die folgenden sphärisch harmonischen Geoidhöhenkoeffizienten gegeben (Datei `goco02s_004.mat*`, Variablen `Cnm` und `Snm`):

Cnm	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4
n=0	0				
n=1	0	0			
n=2	0.0114	-0.0015	15.5584		
n=3	6.1051	12.9506	5.7709	4.6004	
n=4	-1.5965	-3.4196	2.2355	6.3199	-1.2022

Snm	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4
n=0	0				
n=1	0	0			
n=2	0	0.0094	-8.9312		
n=3	0	1.5830	-3.9480	9.0211	
n=4	0	-3.0205	4.2254	-1.2817	1.9697

- Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `shs(theta, lambda, Cnm, Snm)` zur sphärisch harmonischen Synthese. Die Koordinaten (θ, λ) sollen als Vektoren eingegeben werden und ein globales Gitter definieren. Die Funktion soll die Summationsreihenfolge wie in (1) ausführen.
- Berechnen Sie mit Ihrer neuen Funktion ein globales $1^\circ \times 1^\circ$ -Gitter von Geoidhöhen bis $N_{max} = 4$ und stellen Sie das Ergebnis graphisch dar (z.B. mit `imagesc(lambda, theta, f)`). Fügen Sie der Graphik Küstenlinien hinzu (Datei `coast1.mat`, Variablen Länge `lam` und Breite `phi`).
- Die Berechnung der Synthese ist effizienter durchführbar, wenn die Summationsreihenfolge umgedreht wird.
 - Warum ist das so?
 - Erläutern Sie die beiden Summationsarten anhand eines Dreiecksschemas und geben Sie die Summationsgrenzen an.
 - Schreiben Sie eine alternative Funktion `shs2(theta, lambda, Cnm, Snm)`, die die effizientere Summationsreihenfolge verwendet. Wiederholen Sie damit Teilaufgabe 2. Verifizieren Sie Ihre beiden Funktionen intern, indem Sie die jeweiligen Ergebnisse vergleichen.
- Die Datei `goco02s_150.mat*` enthält Koeffizienten bis Grad und Ordnung 150. Verwenden Sie diesen Datensatz und zeigen Sie für verschiedene maximale Grade N_{max} , dass die Funktion `shs2.m` tatsächlich effizienter ist, als die Funktion `shs.m`. Erweitern Sie dazu ihr Programm um den Eingabeparameter `Nmax`.
- Stellen Sie das globale Gitter auch für $N_{max} = 150$ dar und vergleichen Sie die Funktion mit der Darstellung in Teilaufgabe 2. Welche Unterschiede sind sichtbar?

Punkte: 20

Abgabetermin: Donnerstag, 17.11.2011

Viel Erfolg !

*Die in dieser Übung verwendeten Potentialkoeffizienten stammen aus dem GOCO02S-Schwerefeldmodell des IAPG. Das Normalpotential des GRS80 wurde abgezogen und der mittlere Äquaterradius der Erde in Metern als Faktor angebracht.