

Technische Universität München
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Univ.-Prof. Dr.techn. Mag.rer.nat. Roland Pail

Vergleich von Zeitreihen aus GRACE-Schwerefeldlösungen im Hinblick auf Eismassenänderungen in Grönland

Tetyana Romanyuk

Bachelor's Thesis

Bearbeitung: 16. 04. 2011 - 18. 07. 2011

Studiengang: Geodäsie und Geoinformation (Bachelor)

Betreuer: Univ.-Prof. Dr.techn. Mag.rer.nat. Roland Pail
Dr.-Ing. Martin Horwath, Dipl.-Ing. Liselotte Zenner

Kurzfassung

Ziel dieser Bachelorarbeit ist der Vergleich von Massenvariationen in Grönland, die aus verschiedenen Zeitreihen von GRACE-Schwerefeldlösungen abgeleitet werden. Als Ausgangsdaten dienen die Schwerefeldmodelle folgender Auswerteinstitute:

GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ), University of Texas at Austin (CSR), Groupe de Recherches de Géodésie Spatiale (CNES-GRGS), Jet Propulsion Laboratory der NASA (JPL), Institut für Theoretische Geodäsie Bonn (ITG), Astronomisches Institut, Universität Bern (AIUB) und Delft Institute for Earth-Oriented Space research (DEOS).

Es werden Untersuchungen im sphärisch-harmonischen und im Ortsbereich durchgeführt, dabei werden die linearen Trends besonders ausführlich berücksichtigt.

Im Laufe des Auswertungsvorgangs werden die Zeitreihen auf einen gemeinsamen Zeitraum reduziert. Durch Gauß-Filterung werden hochfrequente, fehlerbehaftete Störsignale unterdrückt. Es wird auch der Einfluss des statischen Anteils von den jeweiligen Lösungen subtrahiert und eine Korrektur um glazial-isostatische Prozesse durchgeführt.

Anschließend werden die Oberflächenmassenänderungen für die gesamte Erde sowie die Massenvariationen für Grönland berechnet. Dabei zeigt sich, dass die Ergebnisse aus den verschiedenen Schwerefeldmodellen gewisse Unterschiede aufweisen.

Um die möglichen Ursachen dieser Differenzen festzustellen, werden die Einflüsse der einzelnen Grade und Ordnungen sowie auch bestimmter Spektralbereiche analysiert. Dabei wird festgestellt, dass der größte Teil des Massensignals von den niedrigen Graden bzw. Ordnungen geprägt ist.

Die AIUB- und JPL-Lösungen weisen gewisse Besonderheiten auf:

Der AIUB-Trend wird stark von einem Trend in C_{20} beeinflusst. Dieser Einfluss wirkt dem insgesamt negativen Massentrend entgegen und macht -71% des Gesamtmasstrends aus.

Die JPL-Lösungen zeigen die größte Differenz zu den anderen Lösungen in Grönland und der nahen Umgebung sowie eine geringere Differenz in allen anderen Regionen, selbst solchen mit starken geophysikalischen Massenänderungen.

Die Ursachen für die Unterschiede in den Ergebnissen könnten die verschiedenen Vorgehensweisen der einzelnen Forschungsinstitute sein, die aus den rohen GRACE-Daten die Schwerefeldmodelle generieren.

Abstract

The aim of this Bachelor's thesis is to compare mass variations in Greenland, which are derived from different time series of the GRACE gravity field solutions. As initial data, the gravity field models of the following institutes are used:

GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ), University of Texas at Austin (CSR), Groupe de Recherches de Géodésie Spatiale (CNES-GRGS), NASA Jet Propulsion Laboratory (JPL), Institut für Theoretische Geodäsie Bonn (ITG), Astronomisches Institut, Universität Bern (AIUB) and Delft Institute for Earth-Oriented Space research (DEOS).

The investigations are performed in the spherical-harmonic domain and local areas, with particular attention being paid to the linear trends.

In the course of the analysis process, the time series are reduced to a common time period. High-frequency, corrupted interference signals are suppressed by Gauss filtering. The influence of the static part of the corresponding solutions is also subtracted and a correction is performed to take glacial-isostatic processes into account.

Then the changes in surface mass for the whole Earth and the mass variations for Greenland are calculated, revealing certain differences in the various gravity field models.

To determine the possible reasons for these differences, the influences of the various degrees and orders are analysed. This reveals that the main part of the mass signal is dominated by the low degrees and orders.

The AIUB and JPL solutions exhibit certain peculiarities:

The AIUB trend is strongly influenced by a trend in C_{20} . This influence counteracts the overall negative mass trend and represents -71% of the entire mass trend.

The JPL solutions exhibit the greatest differences compared to the other solutions in Greenland and the close surrounding area as well as smaller differences in all other regions, even in ones with strong geophysical mass changes.

The reasons for the differences in the results might be the different approaches adopted by the individual institutes, which generate the gravity field models from the raw GRACE data.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis.....	III
1 Einführung.....	1
2 Die Satellitenmission GRACE.....	4
2.1 Allgemeine Eigenschaften und Charakteristiken.....	4
2.2 Messprinzip.....	5
3 Zeitvariables Schwerefeld.....	6
3.1 Wesentliche Massentransporte.....	6
3.2 Gravitationspotential und Kugelflächenfunktionskoeffizienten.....	7
3.3 Gradvarianzen und Gradamplituden	8
3.4 Oberflächendichteänderungen und äquivalente Wasserhöhe.....	9
3.5 Love'sche Zahlen.....	10
3.6 Spezielle Kugelflächenfunktionskoeffizienten.....	10
3.7 Massenvariationenbestimmung für spezielles Gebiet.....	11
4 Daten.....	12
4.1 Übersicht über die Zeitreihen.....	12
4.2 Besonderheiten einiger Zeitreihen.....	14
5 Analyse der Schwerefeldmodelle.....	17
5.1 Datenaufbereitung.....	17
5.1.1 Formatumwandlung.....	17
5.1.2 Wahl des Zeitraums für die Auswertung.....	18
5.1.3 Reduktion eines mittleren Feldes.....	18
5.2 Analyseschritte.....	19
5.2.1 Bestimmung statistischer Parameter.....	19
5.2.2 Glättung mit dem Gauß-Filter.....	21
5.2.3 Bestimmung der Flächendichteänderungen.....	23
5.2.4 GIA-Korrektur.....	24
5.2.5 Bestimmung von Massenvariationen in Grönland.....	27
5.3 Analyse der Grad-Ordnungs-Wirkung auf die Massenvariationen.....	31
6 Schlussfolgerungen.....	34
7 Ausblick.....	35
Literaturverzeichnis.....	36

Anhang A.....	38
Anhang B.....	41

Abkürzungsverzeichnis

AIUB	Astronomisches Institut, Universität Bern
CCD	Charge-coupled Device
CNES/GRGS	Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale
CSR	University of Texas at Austin
DEOS	Delft Institute for Earth-Oriented Space research
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DMT-1	DEOS Mass Transport model release 1
ECMW	European Centre for Medium-range Weather Forecasts
GIA	Glazial-isostatische Ausgleichsprozesse
GFZ	GeoForschungsZentrum Potsdam
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GSFC	Goddard Space Flight Center
GSOC	German Space Operations Center
ICGEM	International Centre for Global Earth Models
ITG	Institut für Theoretische Geodäsie Bonn
JPL	Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology
MOG2D	Französisch: Modèle 2D d'Ondes de Gravité, Englisch: 2 Dimensions Gravity Waves model
NASA	National Aeronautics and Space Administration
OMCT	Ocean Model for Circulation and Tides
SST	Satellite-to-satellite tracking
USO	Ultrastabiler Oscillator
UTCSR	University of Texas Center for Space Research

1 Einführung

In dieser Arbeit werden Massenänderungen anhand von Daten der GRACE-Mission am Beispiel von Grönland untersucht. Da in den letzten Jahren eine Tendenz zur globalen Erwärmung zu beobachten ist, besteht ein gesteigertes Interesse an der Untersuchung von Eisschmelzprozessen mittels terrestrischer Beobachtungen und Satellitenmissionen.

Die Bedeutung der gesamten Eismassen für die Menschheit ist nicht zu unterschätzen. In den Eisschilden der Polregionen, der Antarktis und Grönlands sind etwa 80% der gesamten Süßwasservorräte gespeichert. Würden diese Eismassen komplett abschmelzen, so würde das einen Anstieg des Meeresspiegels weltweit um etwa 70 Meter zur Folge haben. Die Ozeandynamik wird stark von den schwimmenden Eisbergen und Schelfeisen beeinflusst [Mayer & Oerter, 2006].

Der Eisschild in Grönland ist das zweitgrößte Eisvorkommen auf der Erde. Er bedeckt fast 81% der gesamten Fläche der Insel [Mayer & Oerter, 2006]. Die Stärke des Eisschildes beträgt durchschnittlich 2000 Meter, an manchen Stellen erreicht die Eisdicke bis zu 3400 Meter [Solomon et al., 2007]. Das Gesamtvolumen des grönländischen Inlandeises beträgt fast drei Millionen km^3 . Das vollständige Abschmelzen des Grönlandeises würde zu einem Anstieg des gesamten Meeresspiegels um etwa sieben Meter führen [Mayer & Oerter, 2006].

Das Entstehen eines Gletschers ist ein langsamer, über Jahre hinweg verlaufender Prozess. Die Voraussetzungen für die Entwicklung eines Gletschers sind Niederschläge und ausreichend niedrige Temperaturen über lange Zeitintervalle. Die Bildung eines Gletschers läuft folgendermaßen ab: der einfallende Schnee wird unter seinem eigenen Gewicht komprimiert. Durch abwechselndes Tauen und Gefrieren wird der Schnee zu körnigem Firn. Die Umwandlung des Firns zu Gletschereis wird Metamorphose genannt [Meinebibliothek, 2011]. In den hochgelegenen Bereichen (Akkumulationsgebiete) eines Gletschers wird der Schnee akkumuliert und in niedrigeren Ablationsgebieten finden saisonale Schneeschmelzen statt. Durch Druckunterschiede zwischen den Akkumulations- und Ablationsbereichen fängt das Gletschereis zu fließen an (siehe Abb.1) [ZAMG, 2011].

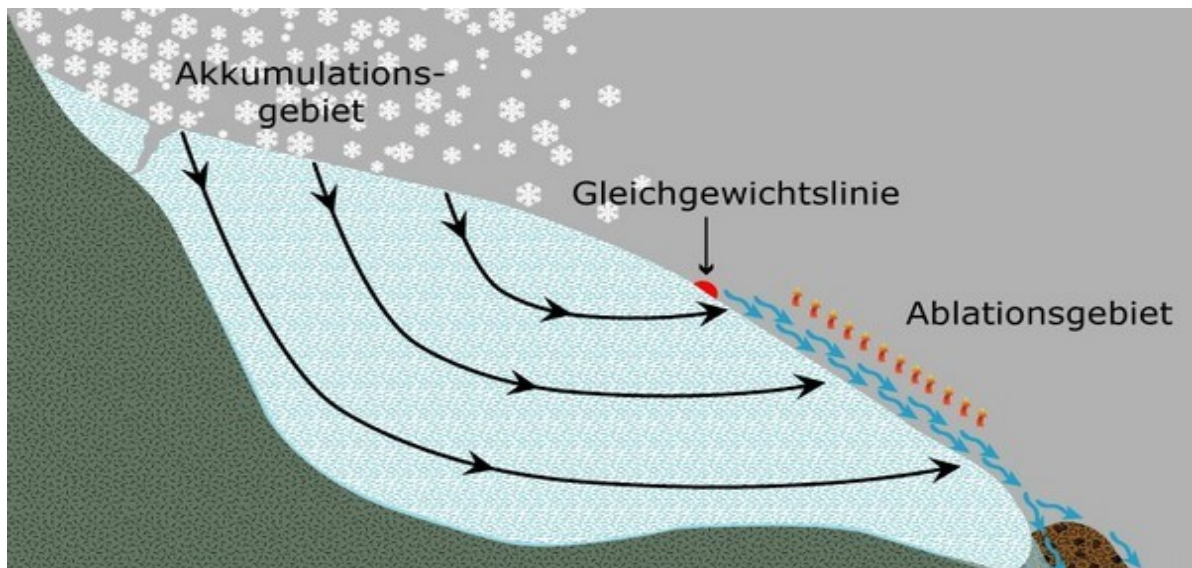


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Gebirgsgletschers (Quelle: [ZAMG, 2011])

Die Eismassen in Grönland befinden sich ebenfalls in einer langsamen, fließenden Bewegung vom Inland in Richtung des Meeres. An der Küste erreichen die Eismassen das Wasser. Wenn die Gewichtskraft des Eises, welches sich im Meerwasser befindet und keinen Kontakt mehr zum Boden hat, die Festigkeit des Eises überschreitet, so führt dies zu einem Abbruch der Eismassen, dem sogenannten Kalben. Durch das Kalben verliert der Gletscher jährlich etwa $239 \pm 33 \text{ km}^3$. Nach Angaben der letzten Untersuchungen steigt die Fließgeschwindigkeit der Eismassen in einigen Ausflussgletschern dramatisch an, so hat sich z.B. auf der Jakobshavn Isbræ die Eisgeschwindigkeit seit Ende der achtziger Jahre des letzten Jahrhunderts verdoppelt [Mayer & Oerter, 2006].

Zusätzlich verliert der Gletscher durch das Schmelzen an Masse. Der Schmelzwasserabfluss erreicht nach Angaben von Church et al. (2001) und Krabill et al. (2004) etwa $298 \pm 32 \text{ Gt/Jahr}$ [Mayer & Oerter, 2006].

Die Massenänderungen in Grönland, die aus Daten von verschiedenen GRACE-Schwerefeldmodellen gewonnen wurden, sind in Abbildung 2 dargestellt. Die Berechnung dieser Massenvariationen wird im Abschnitt 3.7 erläutert. Anhand dieser Grafik kann man erkennen, dass, obwohl die Ergebnisse deutlich voneinander abweichen, eine gemeinsame Tendenz zur Abnahme der Eismassen besteht. Die AIUB-Ergebnisse weisen eine sehr starke Streuung auf. Die Abnahmebeschwindigkeit der JPL-Ergebnisse ist kleiner als die aller anderen.

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der möglichen Ursachen für die Unterschiede in den Ergebnissen.

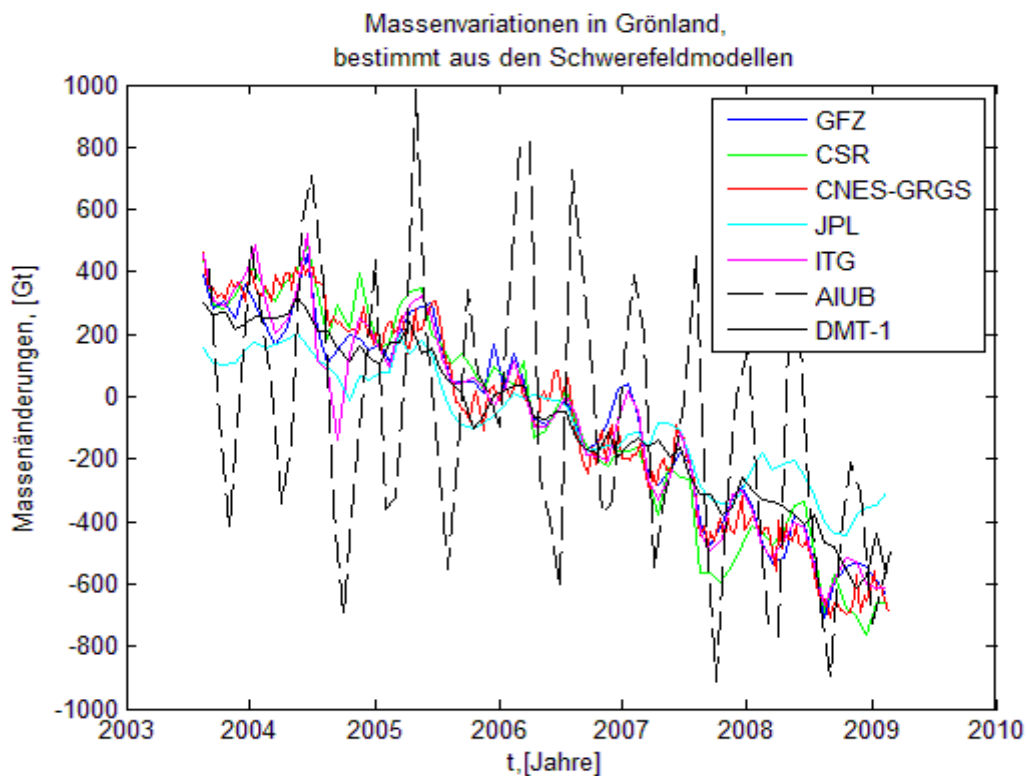


Abbildung 2: Massenvariationen in Grönland bestimmt aus verschiedenen Serien der GRACE-Schwerefeldlösungen (die Abkürzungen werden im Abschnitt 4.1 und im Abkürzungsverzeichnis erklärt)

In Kapitel 2 „Die Satellitenmission GRACE“ wird auf die GRACE-Mission eingegangen. Dabei gibt Abschnitt 2.1 Auskunft über die im GRACE-Projekt beteiligten Organisationen und die Bahnparameter der Satelliten. In Abschnitt 2.2 werden der Aufbau der Zwillingssatelliten und das Messprinzip beschrieben.

Im folgenden Kapitel 3 „Zeitvariables Schwerefeld“ werden die theoretischen Grundlagen des zeitlich veränderlichen Gravitationsfeldes angegeben. Der Abschnitt 3.1 enthält Informationen über die wesentlichen Massentransporte auf der Erde und im Erdinneren, welche die GRACE-Messungen deutlich beeinflussen. Im Abschnitt 3.2 geht es um das Schwerepotential. Es wird auf die Reihendarstellung des Potentials mit Hilfe der Kugelflächenfunktionen eingegangen. Dabei wird auch die Klassifizierung der sphärisch-harmonischen Koeffizienten dargestellt. Anschließend werden die Definitionen der Gradvarianzen und der daraus ableitbaren Gradamplituden angegeben (siehe Abschnitt 3.3). Im Abschnitt 3.4 wird die Oberflächendichte definiert und die Einheit „äquivalente Wasserhöhe“ erklärt. Der folgende Abschnitt 3.5 gibt Auskunft über die Love'schen Zahlen und ihre Anwendungszwecke. Die Besonderheiten der Kugelflächenfunktionskoeffizienten werden in Abschnitt 3.6 beschrieben.

Der letzte Abschnitt 3.7 des Kapitels 3 gibt den Rechenansatz zur Bestimmung der Massenvariationen für ein bestimmtes Gebiet an. Dabei wird angenommen, dass die Massentransporte nur in einer dünnen, sphärischen Schicht stattfinden.

In Kapitel 4 „Daten“ geht es hauptsächlich um den Auswertevorgang der GRACE-Zeitreihen. Die Abschnitte 4.1 und 4.2 geben Auskunft über die Herkunft der einzelnen Schwerefeldmodelle und die bei der Vorbearbeitung festgestellten Besonderheiten einiger Zeitreihen.

In Abschnitten 5.1 und 5.2 werden die bei der Auswertung vorgenommenen Rechenschritte wie:

- Auswahl des gemeinsamen Zeitraums;
- Reduktion des Einflusses des statischen Feldes;
- Glättung der Schwerefeldmodelle im Spektral- und Ortsbereich mit dem Gauß-Filter;
- Schätzung der statistischen Parameter;
- Bestimmung der Oberflächendichteänderungen;
- Korrektur der Stokes-Koeffizienten durch das GIA-Modell (glazial-isostatische Ausgleichsprozesse);
- Bestimmung der Massenvariationen in Grönland;

usw. beschrieben.

Zum Abschluss (Abschnitt 5.3) werden die Anteile der einzelnen Stokes-Koeffizienten und deren Spektralbereiche am gesamten Massenänderungstrend analysiert. Dabei werden die Grad- und Ordnungseinflüsse getrennt betrachtet.

Kapitel 6 „Schlussfolgerungen“ fasst die Auswertungsergebnisse zusammen. Im Ausblick (Kapitel 7) werden weitere Methoden zur Gletscherbeobachtung und deren Kopplung mit GRACE-Messungen erwähnt.

2 Die Satellitenmission GRACE

In diesem Kapitel wird die GRACE Mission beschrieben. Abschnitt 2.1 enthält allgemeine Informationen zu Start und Verlauf der Mission und zu den beteiligten Organisationen. Es werden auch die Bahncharakteristiken sowie das Auflösungsvermögen angegeben. Der Abschnitt 2.2 beschreibt den Aufbau und das Messprinzip der Zwillingssatelliten.

2.1 Allgemeine Eigenschaften und Charakteristiken

GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) ist eine amerikanisch-deutsche Satellitenmission, die für die Vermessung des mittleren und zeitvariablen Schwerefeldes der Erde vom DLR und der NASA/JPL in Kooperation entwickelt wurde. Die weiteren am Projekt beteiligten Organisationen sind in Abb.3 dargestellt. Die Mission startete am 17. März 2002 von dem russischen Startort Plesetsk. Geplant war eine Einsatzdauer von fünf Jahren. Die Satelliten befinden sich bis heute im Orbit [DLR, 2011].

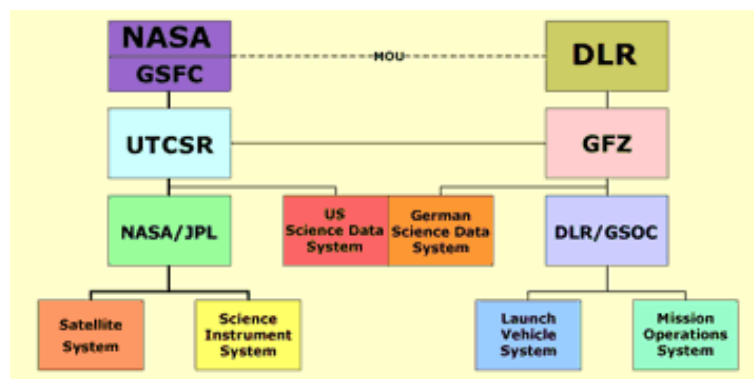


Abbildung 3: An GRACE beteiligten Organisationen
(Quelle...csr.utexas....)

GRACE besteht aus zwei Zwillingssatelliten gleicher Bauweise. Die Satelliten sind jeweils 487 kg schwer und ca. 2,80 m lang. Sie umkreisen die Erde in ca. 500 km Höhe und sind etwa 220 km voneinander entfernt. Die Bahnneigung beträgt 89° und stellt die hohe Überdeckung der Erdoberfläche sicher. Ein Umlauf dauert 95 Minuten [DLR, 2011].

Neben den Daten zur Änderung der Erdanziehungskraft liefern die GRACE-Satelliten Informationen über die vertikale Temperaturverteilung und den Wasserdampfgehalt der Erdatmosphäre [GFZ, 2011]. Diese Daten können für die weitere Klimaforschung und Atmosphärenmodellierung genutzt werden.

Aus den GRACE-Messungen können die Geoidhöhen mit einer bis dahin unerreichten Genauigkeit von bis zu einem Zentimeter bei einer räumlichen Auflösung von bis zu 200 km bestimmt werden. Die Daten werden mit einer Wiederholrate von 30 bzw. 10 Tagen erfasst [Zenner, 2005].

2.2 Messprinzip

Durch die variierende Massenverteilung auf der Erdoberfläche und im Erdinneren entstehen die Variationen der Gravitationskraft. Die Bahnen der niedrig fliegenden GRACE-Satelliten werden durch die Gravitation beeinflusst. Fliegt ein Satellit über ein Gebiet der Massenanomalien mit einer höheren Dichte als die der Umgebung, so wird er stärker angezogen als der andere und beschleunigt. Dadurch vergrößert sich der Abstand zwischen den Satelliten. Erreicht der zweite Satellit dieses Gebiet, so wird er ebenfalls angezogen und beschleunigt. Wenn die Satelliten sich von diesem Gebiet entfernen, werden sie nacheinander wieder verlangsamt. Die dadurch verursachten Distanzänderungen zwischen den Satelliten können auf Mikrometer genau mit Hilfe des **K-Band-Mikrowellenentfernungsmesssystems** registriert werden. Dieses Messprinzip wird „low-low Satellite-to-Satellite Tracking“ (SST) genannt. Die spezielle **Hornantenne** des Entfernungsmessers sendet und empfängt die Signale im K- und Ka-Band (24 und 32 GHz). Zur Vermeidung von Signalüberlagerungen werden die Signalphasen der beiden Satelliten um 500 kHz verschoben. Die Frequenzstabilisierung erfolgt durch den **ultrastabilen Oszillator** (USO).

Zur Positionsbestimmung sind beide Satelliten mit **GPS-Empfängern** ausgerüstet. Diese werden auch für die präzisen Bahnbeobachtungen „high-low Satellite-to-Satellite Tracking“ (hi-lo SST) und Atmosphären- bzw. Ionosphärenprofilierung genutzt [DLR, 2011].

Im Massenzentrum des Satelliten ist ein **Beschleunigungsmesser** vom Typ **SuperSTAR** montiert. Da sich das Massenzentrum wegen des Treibstoffverbrauchs mit der Zeit ändern kann, wird zusätzlich eine verstellbare Ausgleichsmasse angebracht, die den **Akzelerometer** (Beschleunigungsmesser) im Massenzentrum hält.

Zur Bestimmung der Orientierung der Satelliten werden **CCD-Sternkameras** verwendet. Sie sind an den Seiten in einem Winkel von 45° zum Zenit montiert. Aus dem aktuellen Sternkatalog und den gemessenen Sternkonstellationen kann die Orientierung des Satelliten bestimmt werden [CSR, 2011].

Eine schematische Darstellung des GRACE-Satellitenaufbaus ist in Abb.4 zu sehen.

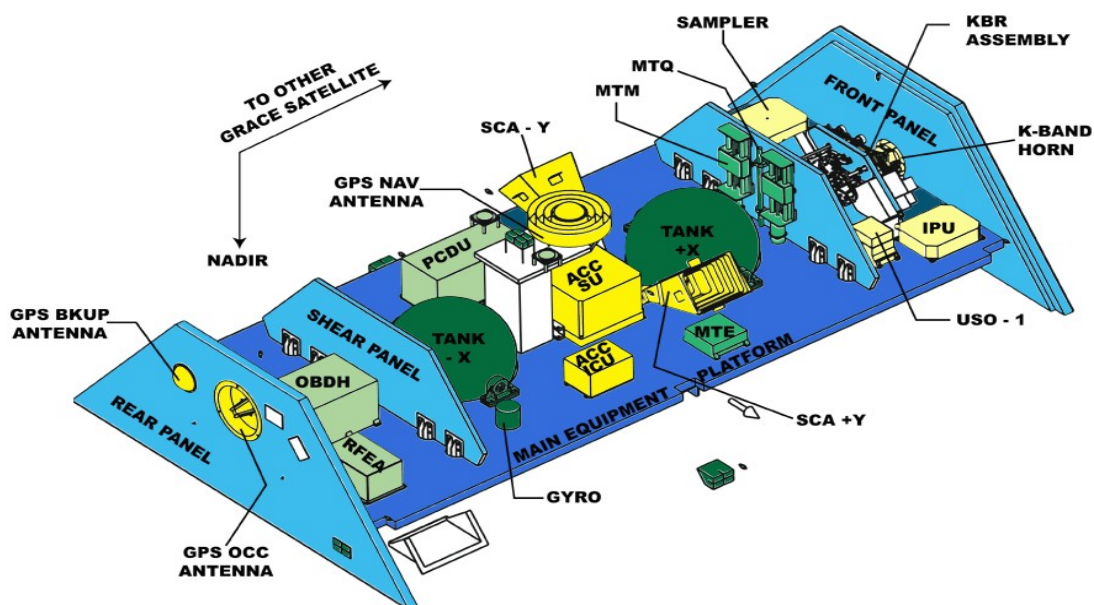


Abbildung 4: Schematische Darstellung des Aufbaus der GRACE-Satelliten [CSR, 2011].

3 Zeitvariables Schwerfeld

Unser Planet Erde ist ein dynamisches System, das ständig in Bewegung ist. Die Geschwindigkeiten unterscheiden sich je nach Vorgang von einigen Millimetern pro Jahr, bei den postglazialen Hebungen der Erdoberfläche, bis zu Hunderten von Kilometern pro Stunde, bei Phänomenen wie z.B. Tornados in der Atmosphäre. Das Schwerfeld der Erde hängt von der Massenverteilung auf der Oberfläche und im Erdinneren ab. Massentransporte führen direkt zu Änderungen des Schwerfeldes. Diese Änderungen können mit Hilfe der GRACE-Messungen festgestellt werden. In diesem Kapitel (Abschnitt 3.1) werden die wesentlichen Vorgänge näher betrachtet. Es wird auch auf die mathematischen Grundlagen zur Beschreibung des Schwerfeldes eingegangen (Abschnitte 3.2 bis 3.7).

3.1 Wesentliche Massentransporte

Jede Massenänderung führt zu Variationen im Schwerfeld. Zur Zeit können aber nur große Massentransporte über lange Distanzen gemessen werden. Diese erfolgen aufgrund der Gezeiten, der Atmosphärendynamik, glazial-isostatischer Ausgleichsprozesse, der Ozeanströmungen, des Kreislaufs der Kontinentalhydrologie usw.

Gezeiten

Die Gezeitenprozesse der Erde beruhen auf dem Gravitationseinfluss durch andere Himmelskörper wie Planeten, Sonne und Mond. Die Anziehungskraft zwischen der Erde und anderen Planeten des Sonnensystems ist im Vergleich zur Anziehung durch Sonne und Mond wesentlich schwächer, weshalb sie vernachlässigt werden kann.

Die Gezeitenkraft der Sonne beträgt etwa 45% der des Mondes [Zürn, 2007]. Die Gravitationswirkung der Sonne und des Mondes führt zu elastischen Verformungen der festen Erde von bis zu 30 Zentimetern. Die Ozeane sind auch dem Gezeiteneinfluss unterworfen. Zwischen Ebbe und Flut kann ein Meeresspiegelanstieg (bzw. -senkung) von wenigen Dezimetern bis zu einigen Metern an den Küsten beobachtet werden.

Die Gezeitenprozesse haben einen periodischen Charakter (halbtäglich, täglich, halbmonatlich).

Atmosphäre

Obwohl der Massenanteil der Atmosphäre an der gesamten Erdmasse nur etwa 10^{-6} beträgt, hat sie hohen Einfluss auf das Schwerfeld. Der Auflasteffekt der Atmosphäre führt zu vertikalen Deformationen der Erdoberfläche von bis zu zwei Zentimetern [Rothacher & Hugentobler, 2008]. Außerdem werden durch Luftdruckunterschiede und Temperaturvariationen große Luftmassen in Bewegung versetzt.

Ozeane

Die Wassermassentransporte entstehen hauptsächlich aufgrund der atmosphärischen Zirkulationen. Als wesentliche Antriebsfaktoren der Ozeanströmungen werden die Temperatur und der Salzgehalt betrachtet [Wikipedia, 2011]. Einen bedeutenden Beitrag zum Meeresspiegelanstieg von 3,2 mm/Jahr seit 1993 leisten die schmelzenden Eismassen. Das komplette Abschmelzen aller bestehenden Gletscher könnte den Meeresspiegel um 70 Meter weltweit erhöhen [Mayer & Oerter, 2006].

Glazial-isostatische Ausgleichsprozesse (GIA)

Die GIA-Prozesse werden durch die langsame, kontinuierliche, vertikale Bewegung (etwa 2

Millimeter pro Jahr) der Erdoberfläche gekennzeichnet. Diese Bewegung entsteht als viskose Reaktion der festen Erde auf die Auflaständerungen durch das Abschmelzen der Eismassen auf den Kontinenten nach der letzten Eiszeit. Da sie einen merkbaren Beitrag zu den GRACE-Signalen leisten, müssen sie auch in der Auswertung berücksichtigt werden.

Kontinentale Hydrologie

Auf den Kontinenten ist das Wasser in verschiedenen Formen vorhanden, z.B. in Oberflächengewässern, Grundwasser, Bodenfeuchte, in der Vegetation, usw.

Der Wassertransport auf den Kontinenten beruht auf der hydrologischen Massenbilanz [Löw & Balderer, 2004] :

$$P = Q + E + \Delta S_G + \Delta S_S \quad (1)$$

Dabei ist:

P ... Niederschlag

Q ... Oberflächenabfluss

E ... Evaporation und Transpiration

ΔS_G ... Speicheränderung im Oberflächenwasser

ΔS_S ... Speicheränderung im Grundwasser.

Die oben beschriebenen Vorgänge (Gezeiten, atmosphärische und Ozeanauflasten, GIA-Prozesse und kontinentale Hydrologie) können modelliert werden. Je nach Anwendungszweck werden verschiedene Modelle bei der Auswertung der GRACE-Daten berücksichtigt.

3.2 Gravitationspotential und Kugelflächenfunktionskoeffizienten

Für die mathematische Beschreibung des Gravitationspotentials werden oft die Reihendarstellungen als Kugelflächenfunktionen benutzt [Rummel & Pail, 2010]:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta) [\bar{C}_{nm} \cos m \lambda + \bar{S}_{nm} \sin m \lambda] \quad (2)$$

Dabei ist:

r ... Abstand des Aufpunkts zum Geozentrum, [m]

θ ... geographische Ko-Breite, [°]

λ ... geographische Länge, [°]

G ... Gravitationskonstante, [m³/kg·s²]

M ... Erdmasse, [kg]

R ... Radius der kugelförmigen Erde, [m]

$\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$... vollständig normierte Legendre-Funktionen vom Grad n und Ordnung m

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$... dimensionslose, vollständig normierte Kugelflächenfunktionskoeffizienten.

Die Formel (2) ist allgemein nur für Punkte $P(r, \theta, \lambda)$ außerhalb der anziehenden Masse, d.h. im

Außenraum, also für $r > R$ gültig. Dabei wird die Laplace-Gleichung erfüllt.

Unter den Kugelflächenfunktionskoeffizienten unterscheidet man drei Arten (Abb. 5):

- zonale
- tesserale
- und sektorielle Koeffizienten.

Von **zonalen** Koeffizienten spricht man, wenn die Ordnung m gleich Null ist ($m = 0$). Die **sektoriellen** Koeffizienten sind durch $n = m$ gekennzeichnet. Die übrigen C_{nm} und S_{nm} werden **tesseral** genannt.

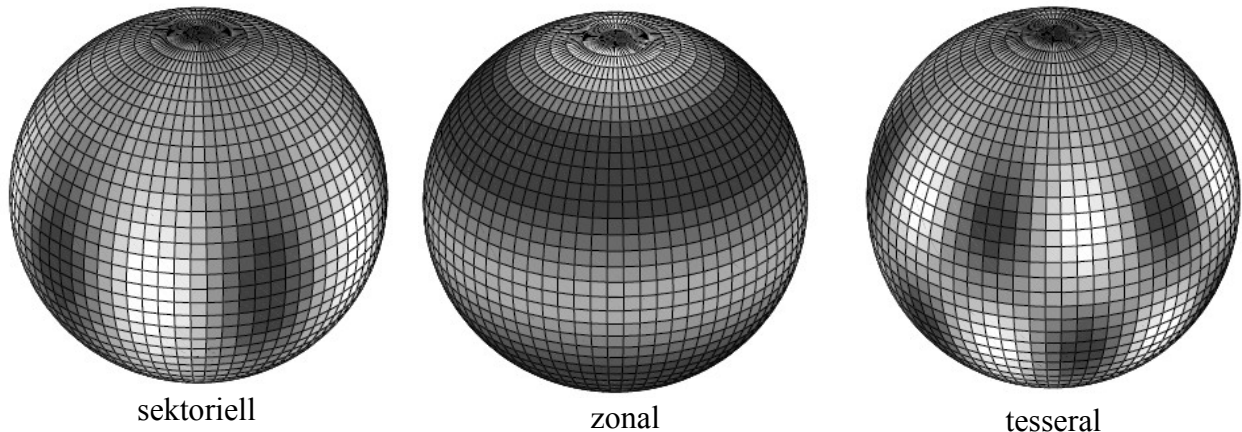


Abbildung 5: Kugelflächenfunktionen (Quelle: [Rummel, 2010])

3.3 Gradvarianzen und Gradamplituden

Für die Beschreibung des typischen Signalverlaufs der Stokes-Koeffizienten \bar{C}_{nm} und \bar{S}_{nm} bzw. von deren Änderungen $\Delta \bar{C}_{nm}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}$ werden oft die sogenannten Gradvarianzen benutzt. Per Definition sind die Gradvarianzen die Quadratsummen der Stokes-Koeffizienten pro Grad bzw. pro Zeile im Falle der Dreiecksdarstellung [Rummel, 2010]:

$$c_n^2 \{ \Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm} \} = \sum_{m=0}^n \left(\Delta \bar{C}_{nm}^2 + \Delta \bar{S}_{nm}^2 \right) \quad (3)$$

Die Quadratwurzeln der Gradvarianzen werden als Gradamplituden bezeichnet. Durch Multiplikation der Gradamplituden mit dem Erdradius erhält man die Geoid-Gradamplituden:

$$\delta N_n = R \sqrt{c_n^2} \quad (4)$$

3.4 Oberflächendichteänderungen und äquivalente Wasserhöhe

Mit Hilfe der Orthogonalität der Kugelflächenfunktionen und bei Berücksichtigung der variablen Dichte des anziehendes Körpers (Erde), kann man Gleichung (2) nach den Kugelfunktionskoeffizienten auflösen:

$$\begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2n+1} \frac{1}{M} \iiint_{\Sigma} \left(\frac{r}{R}\right)^n \rho(r, \theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m \lambda \\ \sin m \lambda \end{Bmatrix} d \Sigma \quad (5)$$

Unter der Annahme einer kugelförmigen Erde kann man die Masse M als Produkt des Kugelvolumens $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ und der mittleren Dichte der Erde $\bar{\rho} = 5517 \text{ kg/m}^3$ schreiben. Das Volumenelement $d \Sigma$ kann als $d \Sigma = r^2 \sin \theta dr d \theta d \lambda$ in Kugelkoordinaten ausgedrückt werden.

Eingesetzt in Formel (5) ergibt das:

$$\begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{3}{4 \pi R \bar{\rho} (2n+1)} \iiint_{\Sigma} \left(\frac{r}{R}\right)^{(n+2)} \rho(r, \theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m \lambda \\ \sin m \lambda \end{Bmatrix} \sin \theta d \theta d \lambda dr \quad (6)$$

Aufgrund der geophysikalischen, dynamischen Prozesse kommt es zu ständigen Massenumverteilungen auf der Erdoberfläche und im Erdinneren. Dies wird in der zeitvariablen Dichte wiedergespiegelt. Als Folge werden auch die Potentialkoeffizienten zu zeitvariablen Schwerefeldkoeffizienten [Zenner, 2005]. Unter Berücksichtigung der Dichteänderungen wird (6) folgendermaßen geschrieben:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{3}{4 \pi R \bar{\rho} (2n+1)} \iiint_{\Sigma} \left(\frac{r}{R}\right)^{(n+2)} \Delta \rho(r, \theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m \lambda \\ \sin m \lambda \end{Bmatrix} \sin \theta d \theta d \lambda dr \quad (7)$$

Da hier Massenvariationen an der Erdoberfläche von Interesse sind, wird in dieser Arbeit angenommen, dass die Dichteänderungen ausschließlich in einer dünnen Schicht des Erdkörpers passieren. Dabei kann auch eine Schicht mit der Dicke von 10-15 km noch als dünn betrachtet werden, die Ozean und Atmosphäre enthält. Die Dichteänderung $\Delta \rho$ kann in zwei Teile aufgespalten werden: den radialen Oberflächenanteil und den der festen Erde. Der radiale Anteil ist die Oberflächendichteänderung $\Delta \sigma$ [Wahr et al., 1998]:

$$\Delta \sigma(\theta, \lambda) = \int \Delta \rho(r, \theta, \lambda) dr \quad (8)$$

Da die Kugelflächenfunktionskoeffizienten aus den GRACE-Daten nur bis zum Grad $n_{max} = 100$ wenig fehlerbehaftet sind, ist $(n_{max} + 2)H/R \ll 1$ und dadurch $(r/R)^{n+2} \approx 1$. Aufgrund dieser Überlegungen vereinfacht sich (6) zu:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix}_{\text{Oberflächenmassen}} = \frac{3}{4 \pi R \bar{\rho} (2n+1)} \iint \Delta \sigma(\theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m \lambda \\ \sin m \lambda \end{Bmatrix} \sin \theta d \theta d \lambda \quad (9)$$

Die Massen der dünnen Schicht der Erdoberfläche führen zu den Deformationen der unterhalb liegenden Schichten der festen Erde. Die Potentialkoeffizienten, die diesen Vorgang beschreiben, kann man mittels folgender Formel berechnen:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix}_{\text{feste Erde}} = \frac{3 k_n'}{4 \pi R \bar{\rho} (2n+1)} \iint \Delta \sigma(\theta, \lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m \lambda \\ \sin m \lambda \end{Bmatrix} \sin \theta d \theta d \lambda \quad (10)$$

mit k_n' als zweite Love'sche Zahl. Die gesamten Geoidänderungen entsprechen der Summe der Ausdrücke (9) und (10):

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix}_{\text{feste Erde}} + \begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix}_{\text{Oberflächenmassen}} \quad (11)$$

Auch Oberflächendichte-Änderungen können als Kugelflächenfunktionsentwicklung dargestellt werden:

$$\Delta \sigma(\theta, \lambda) = R \rho_w \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\cos \theta) [\Delta \tilde{C}_{nm} \cos m \lambda + \Delta \tilde{S}_{nm} \sin m \lambda] \quad (12)$$

mit

$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$... Dichte des Wassers

$\Delta \tilde{C}_{nm}, \Delta \tilde{S}_{nm}$... die Koeffizienten der Oberflächendichte-Änderungen.

Die Einheiten der Oberflächendichte sind die Masseneinheiten pro Flächeneinheit, z.B. kg/m^2 . Oft wird die sogenannte „äquivalente Wasserhöhe“ angegeben. Damit ist die Dicke einer Wasserschicht gemeint, die der Flächendichte entspricht.

Wendet man die Umrechnung auf die Potentialkoeffizienten $\Delta \bar{C}_{nm}$ und $\Delta \bar{S}_{nm}$ an, so erhält man die sphärisch-harmonischen Koeffizienten $\Delta \tilde{C}_{nm}$ und $\Delta \tilde{S}_{nm}$ [Wahr et al., 1998] :

$$\begin{Bmatrix} \Delta \tilde{C}_{nm} \\ \Delta \tilde{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{\bar{\rho}}{3 \rho_w} \frac{2n+1}{1+k_n'} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

3.5 Love'sche Zahlen

Mit Hilfe des Multiplikators $(1 + k_n)$ in Formel (13) (Abschnitt 3.4) werden direkte und indirekte Effekte der Massenänderungen erfasst. Zum einen wird das Schwerfeld direkt durch die Massenanziehung beeinflusst, andererseits bewirken die bestehenden Auflasten Deformationen der festen Erde. Dieser Umstand wird als indirekter Effekt bezeichnet.

Die Koeffizienten k_n werden Love'sche Zahlen genannt. Diese Zahlen beschreiben den Einfluss der wirkenden Kräfte:

- k_n : Love-Zahl für die Gezeiten der festen Erde
- k_n' : Love-Zahl für die auflastenden Massen
- k_n'' : Love-Zahl für die Reibungskräfte, z.B. vom Wind [Peters, 2007].

In dieser Arbeit wird die zweite Love'sche Auflastzahl k_n' angewendet.

3.6 Spezielle Kugelflächenfunktionskoeffizienten

Besondere Aufmerksamkeit erfordern die Potentialkoeffizienten vom Grad Null, Eins und Zwei. Nach Rummel (2010) können diese Koeffizienten für die Datumsfestlegung verwendet werden.

Dabei ist C_{00} der Maßstab und die Koeffizienten $C_{10}, C_{11}, S_{11}, C_{21}, S_{21}$ sowie S_{22} werden zur Definition des Koordinatensystems benutzt. Die Koeffizienten C_{10}, C_{11} und S_{11} beschreiben die Position des Koordinatenursprungs. Die Koeffizienten C_{21}, S_{21} und S_{22} sind für die Ausrichtung der Koordinatenachsen zuständig [Rummel, 2010].

Der Maßstab wird normalerweise konstant gehalten, so dass die Koeffizienten vom Grad Null konstant sind.

Meistens wird der Ursprung bei vielen bekannten Referenzbezugssystemen in das Massenzentrum der Erde, einschließlich der Auflasten, gelegt. Das führt dazu, dass die numerischen Werte der Koeffizienten C_{10} , C_{11} und S_{11} zu Null werden. Das heißt, dass die Auflaständerungen, die vom Grad Eins beschrieben werden, keinen Einfluss auf das Gravitationsfeld haben.

Als Alternative für die Positionierung des Koordinatenursprungs kann das Massenzentrum der festen Erde betrachtet werden. Dann müssen Variationen vom Grad Eins anders behandelt werden [Horwath, 2007].

3.7 Massenvariationenbestimmung für spezielles Gebiet

Die Dichteveränderungen der Erde, die direkt mit den Auflaständerungen verbunden sind, spiegeln sich in den zeitlichen Änderungen des Schwerfeldes wider. Aus den Flächendichteveränderungen kann man die Oberflächenmassenänderungen im System Erde ableiten. Betrachtet man die Massenvariationen relativ zu einem Referenzmodell, so kann man Massenstörungen bezogen auf das Referenzmodell bestimmen. Die Bestimmung der Massenstörungen geschieht mittels Integration des Produkts der zeit- und ortsabhängigen Flächendichteveränderungen $\Delta\sigma(\theta, \lambda, t)$ mit der vorgegebenen Gewichtsfunktion $\vartheta(\theta, \lambda)$ über die Oberfläche der kugelsymmetrischen Erde:

$$\Delta m(\theta, \lambda, t) = \iint_{\Omega} \vartheta(\theta, \lambda) \Delta\sigma(\theta, \lambda, t) R^2 d\Omega \quad (14)$$

Die Werte der Gewichtsfunktion werden idealerweise so gewählt, dass innerhalb eines vorgegebenen Gebiets $\vartheta(\theta, \lambda) = 1$ gilt und außerhalb des Gebiets $\vartheta(\theta, \lambda) = 0$ ist.

Da man aus den GRACE-Daten die Schätzungen der Stokes-Koeffizienten-Anomalien (Differenz zwischen den geschätzten Stokes-Koeffizienten für das gesamte Schwerfeld und den Stokes-Koeffizienten für das Referenzmodell) erhält, werden die daraus abgeleiteten Massenstörungen als Schätzungen betrachtet.

$$\Delta \hat{m}(\theta, \lambda, t) = 4\pi a^3 \rho_w \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n [C_{nm}^{\vartheta} \Delta \tilde{C}_{nm}(t) + S_{nm}^{\vartheta} \Delta \tilde{S}_{nm}(t)] \quad (15)$$

Wobei hierin mit C_{nm}^{ϑ} und S_{nm}^{ϑ} die Gewichtskoeffizienten der Gebietsfunktion bezeichnet werden.

Das Referenzmodell beinhaltet meist die Auflaständerungen durch Gezeiten, Atmosphäre, Ozeandynamik usw. Die glaziale Isostasie, die keine Oberflächenmassenvariationen verursacht und nur einen zeitlich-linearen Prozess im Erdinneren darstellt, muss bei den Interpretationen der GRACE-Signale mit berücksichtigt werden [Horwath, 2007].

4 Daten

In diesem Kapitel wird Auskunft über die in dieser Arbeit behandelten Schwerefeldmodelle gegeben (Abschnitt 4.1). Es werden auch Angaben zum Aufbau der Datendateien, der zeitlichen Auflösung, den maximalen Graden bzw. Ordnungen usw. gemacht. In Abschnitt 4.2 werden die in der Vorverarbeitungsphase festgestellten Besonderheiten mancher Schwerefeldmodelle beschrieben.

4.1 Übersicht über die Zeitreihen

Die eigentlichen GRACE-Messungen werden von verschiedenen Auswerteinstituten vorverarbeitet und es werden monatliche (bzw. im Falle CNES-GRGS die 10-tägigen) Schwerefeldlösungen generiert. Sie werden allen Nutzern auf der Internetseite des International Centre for Global Earth Models (ICGEM) zur Verfügung gestellt.

Für die Auswertung werden die folgenden Schwerefeldmodelle benutzt:

- **GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ) Release 4** [Schmidt et al., 2008]
- **University of Texas at Austin (CSR) Release 4** [CSR, 2011]
- **Groupe de Recherches de Géodésie Spatiale (CNES-GRGS)** [Bruinsma et al., 2009]
- **Jet Propulsion Laboratory der NASA (JPL) Release 4** [JPL, 2011]
- **Institut für Theoretische Geodäsie Bonn (ITG)** [Mayer-Gürr et al., 2010]
- **Astronomisches Institut, Universität Bern (AIUB)** [Prange et al., 2011]
- **DEOS Mass Transport model release 1 (DMT-1)** [Liu et al., 2010]

Die in den Modellen beinhalteten Stokes-Koeffizienten sind vollständig normiert. Der maximale Entwicklungsgrad bzw. Ordnung sowie die zeitliche Auflösung und der Bezugszeitraum sind nicht bei allen Serien gleich (siehe Tab. 1).

Die verschiedenen Auswerteinstitute verwenden teilweise unterschiedliche Ansätze zur Auswertung der GRACE-Beobachtungsdaten und zur Generierung der Schwerefeldlösungen. Auf diese Unterschiede kann im Rahmen dieser Arbeit nicht genauer eingegangen werden. Einige augenfällige Unterschiede sollen jedoch erwähnt werden.

Alle Auswerteinstitute benutzen bei der Schätzung der Schwerefeldlösungen Hintergrundmodelle, die bereits modellierte Festerde-Gezeiten, Polgezeiten, Ozeangezeiten und Ozean-Polgezeiten beinhalten. Außerdem enthalten die Hintergrundmodelle nicht-gezeitenbedingte atmosphärische und ozeanische Massenänderungen.

Mit Ausnahme des CNES/GRGS benutzen die Auswerteinstitute hierfür den Release 4 des Atmosphere and Ocean Dealiasing Product (AOD) des GRACE Science and Data System. Dieses Produkt beruht auf ECMWF-Daten für die Atmosphäre und dem Ozeanmodell OMCT für den Ozean. CNES/GRGS verwendet ein eigenes Dealiasing-Produkt, dessen Atmosphärenkomponente wiederum auf ECMWF-Daten beruht und dessen ozeanische Komponente auf dem Modell MOG2D beruht [Bruinsma et al., 2009].

Die Monatslösungen von GFZ, CSR, JPL, ITG und AIUB, die dieser Arbeit zu Grunde liegen, sind unregularisiert und ungefiltert, sodass sie den vollen Fehlergehalt in den höheren Graden enthalten. Die 10-Tageslösungen des CNES/GRGS sind regularisierte Lösungen, sodass für die höheren Grade Fehler und Signal gedämpft sind. Die Monatslösungen des DMT-1 sind in der vom

Auswertezentrum ausgelieferten Form bereits gefiltert, sodass auch hier eine Dämpfung der Variationen in bestimmten Spektralbereichen gegeben ist.

Die Zeitreihendateien sind folgendermaßen aufgebaut:

am Anfang befindet sich ein Header, in dem die Informationen zu

- Version,
- Datenrate,
- Bezugszeitraum,
- generierendem Institut,
- der Gravitationskonstante,
- mittlerem Erdradius,
- verwendetem Gezeitenmodell,
- maximalem Grad,
- Normalisierungsstatus der Stokes-Koeffizienten
- und Fehlerkalibrierung

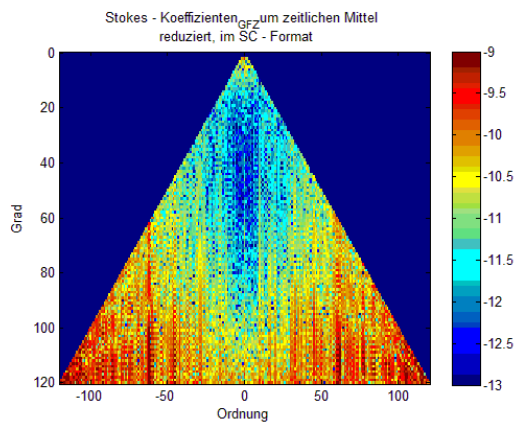
zu finden sind. Nach dem Header folgt die Matrix mit dem

- Schlüssel (1.Spalte),
- Grad und Ordnung (2. und 3. Spalte),
- Stokes-Koeffizienten vom Grad n und Ordnung m (4.Spalte C_{nm} , 5. Spalte S_{nm}) im CS-Format
- und die Standardabweichungen vom jeweiligen Koeffizienten (Spalte 6: die Standardabweichungen für C_{nm} und Spalte 7: die Standardabweichungen für S_{nm}).

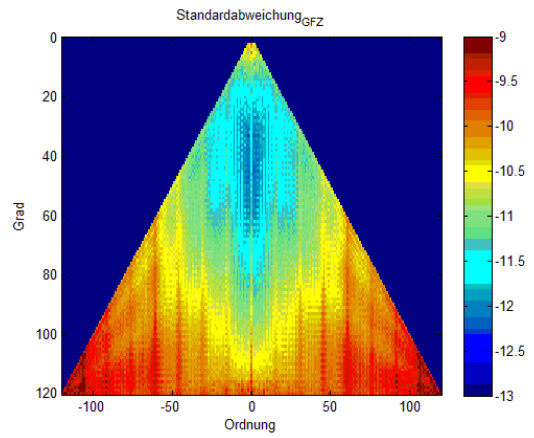
Der maximale Grad bzw. Ordnung, die zeitliche Länge und der Gesamtzeitraum werden in Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Maximaler Grad, Lösungsrate und Bezugszeitraum für die Zeitreihen

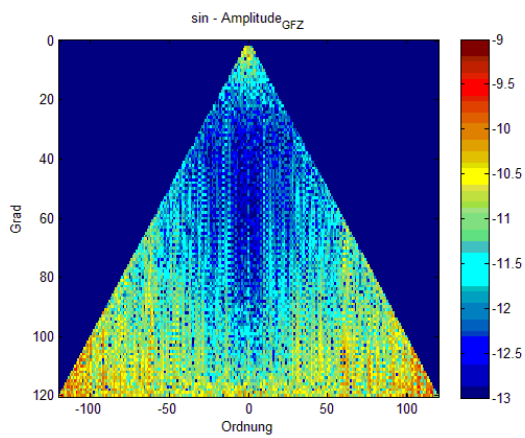
Schwerefeldmodell	GFZ	CSR	CNES-GRGS	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
Maximaler Grad bzw. Ordnung	120	60	50	120 (60)	120	60	120
Lösungsrate	1 Kalendermonat	1 Kalendermonat	10 Tage	1 Kalendermonat	1 Kalendermonat	1 Kalendermonat	1 Kalendermonat
Zeitraum (von - bis)	01.08.2002	12.04.2002	29.07.2002	04.04.2002	08.2002	07.2003	02.2003
	– 01.10.2010	– 30.09.2010	– 26.08.2009	– 30.06.2010	– 08.2009	– 12.2009	– 02.2009



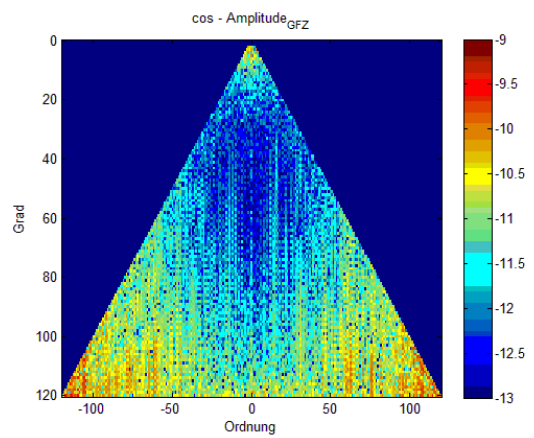
a)



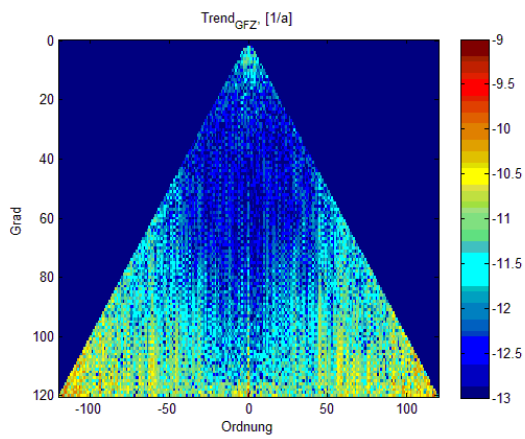
b)



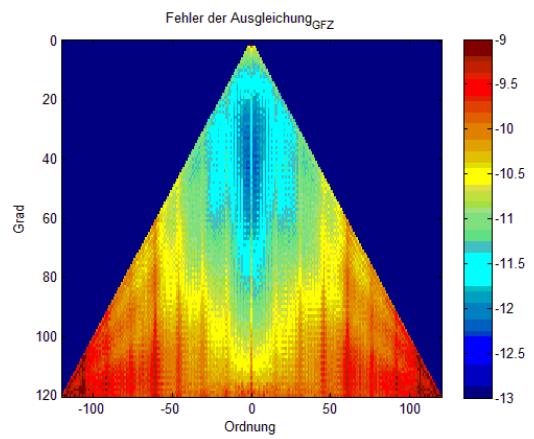
c)



d)



e)



f)

Abbildung 6: Dreiecksplots der statistischen Parameter für die GFZ-Zeitreihen: Stokes-Koeffizienten für das GFZ-Schwerefeldmodell vom Januar 2006, reduziert um dem zeitlichen Mittel (a); Standardabweichung (b); sin-Amplitude (c); cos-Amplitude (d); Trend, [1/a] (e); Fehler der Ausgleichung (f). Farbskalen sind logarithmisch zur Basis 10.

4.2 Besonderheiten einiger Zeitreihen

Bei der Vorbearbeitung der Schwerefeldmodelle hat sich gezeigt, dass die Stokes-Koeffizienten vom Grad Eins bei ITG und CNES-GRGS nicht gleich „0“ sind, d.h. dass das Bezugskoordinatensystem nicht im Massenzentrum des Systems Erde gelagert ist (siehe Kapitel 3.6). Bei der Zeitreihe der AIUB-Schwerefeldmodelle ist ein zonales Muster vom Grad Zwei zu erkennen (siehe Abb.7).

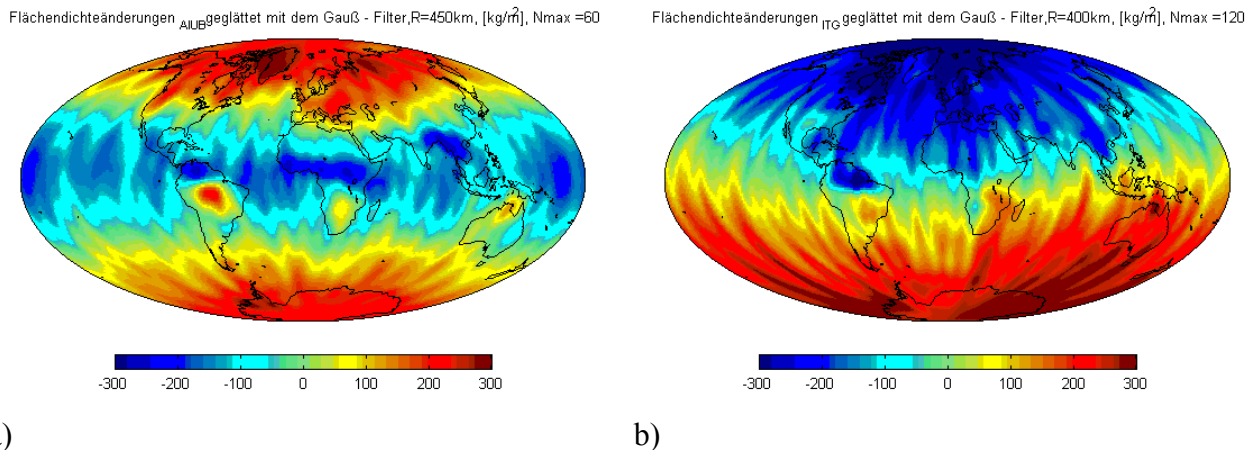
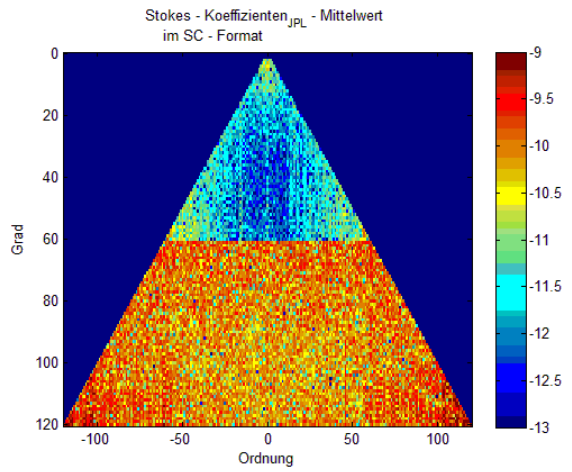
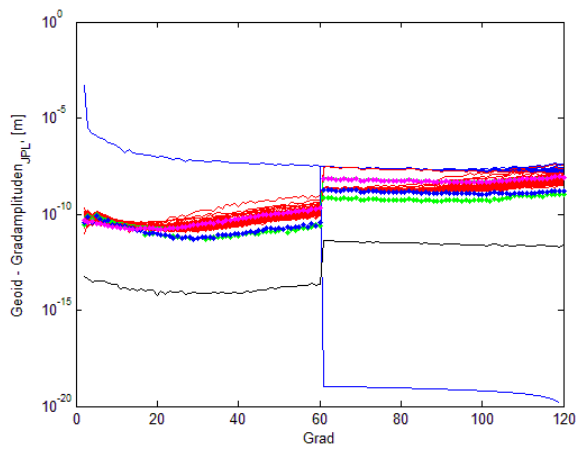


Abbildung 7: Flächendichtedifferenzen zwischen dem Schwerefeldmodell für einen bestimmten Monat (AIUB-Schwerefeldmodell vom März 2006 (a), ITG -Schwerefeldmodell vom Januar 2004 (b)) und der mittleren Flächendichte der entsprechenden Zeitreihe, (Stokes-Koeffizienten vom Grad $l \neq 0$), [kg/m²]

Da für diese Arbeit angenommen wurde, dass das Koordinatensystem im Massenzentrum der Erde gelagert ist, werden bei den weiteren Berechnungen die Stokes-Koeffizienten vom Grad Eins und Null bei allen Schwerefeldmodellen nicht mit berücksichtigt (bzw. auf Null gesetzt).

Es wurde auch festgestellt, dass die JPL-Zeitreihen eine Inkonsistenz im Bezug auf den maximalen Grad aufweisen: so haben die Daten vom 04.04.2002 bis 30.11.2009 einen maximalen Grad von 120 und die Daten vom 01.12.2009 bis 30.06.2010 enthalten die Stokes-Koeffizienten nur bis zum Grad 60. Diese Inkonsistenz wird auf dem Dreiecksplot und auf der Gradamplitudengrafik veranschaulicht (siehe Abb.8). Im Weiteren werden die JPL-Zeitreihen nur bis zum Grad 60 betrachtet.



- Stokes-Koeffizienten
- Änderungen der Stokes-Koeffizienten
- Standardabweichung
- Trend, [m/Jahr]
- ... cos-Amplitude
- ... sin_Amplitude
- ... Fehler der Ausgleichung

a)

b)

Abbildung 8: Gradinkonsistenz der JPL-Zeitreihen am Beispiel der Gradamplituden (a) und anhand eines Dreiecksplots der Stokes-Koeffizienten (b)

5 Analyse der Schwerefeldmodelle

In diesem Kapitel wird auf einzelne Auswerteschritte eingegangen. In Abschnitt 5.1 wird die Aufbereitung der Schwerefeldmodelle beschrieben. Dies umfasst die Wahl des einheitlichen Darstellungsformates der Stokes-Koeffizienten (Abschnitt 5.1.1), die Definition des gemeinsamen Zeitintervalls (Abschnitt 5.1.2) und die Behandlung des Einflusses des mittleren Schwerefeldes (Abschnitt 5.1.3).

Abschnitt 5.2 erläutert die einzelnen Rechenschritte, die für die Berechnung der Massenvariationen in Grönland unternommen werden. Als erstes werden die statistischen Parameter für jedes Schwerefeldmodell bestimmt (Abschnitt 5.2.1). Zur Unterdrückung des hohen Rauschens im Spektral- und Ortsbereich wird der Gauß-Filter angewendet (Abschnitt 5.2.2). Im Abschnitt 5.2.3 geht es um die Berechnung der Flächendichteänderungen aus den Zeitreihen. Im Abschnitt 5.2.4 wird der Ansatz zur GIA-Korrektur dargestellt. Anschließend wird die Berechnung der Massenvariationen in Grönland erläutert (Abschnitt 5.2.5).

5.1 Datenaufbereitung

5.1.1 Formatumwandlung

Die verbreitetsten Darstellungsformate der Stokes-Koeffizienten sind:

- n-m-C-S-Format
- CS-Format
- und SC-Format.

In den ursprünglichen Dateien sind die sphärisch-harmonischen Koeffizienten im n-m-C-S-Format dargestellt.

Bei dem Einlesen der Stokes-Koeffizienten bietet sich das CS-Format als das günstigste bezüglich des Speicherplatzbedarfs an.

Die beste Darstellungsform wird durch die Verwendung des SC-Formates erreicht.

Der Unterschied zwischen den CS- und SC-Formaten ist in Abbildung 9 dargestellt:

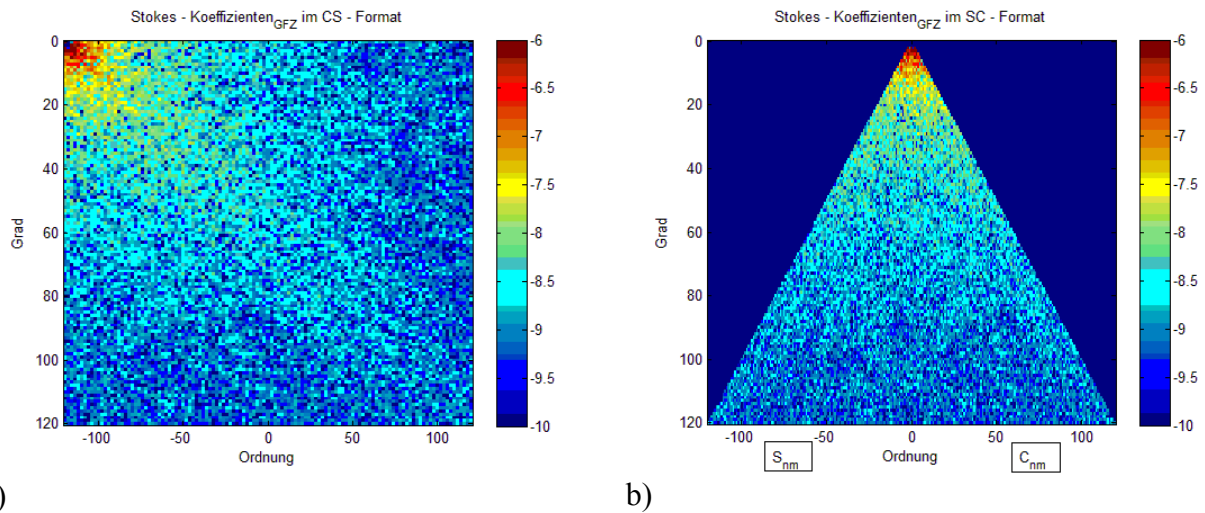


Abbildung 9: Stokes-Koeffizienten im CS- (a) und SC-Format (b) für das GFZ-Schwerefeldmodell vom Januar 2006

5.1.2 Wahl des Zeitraums für die Auswertung

Die Bezugszeitintervalle werden bei den Schwerefeldmodellen im Dateititel jeder Lösung aus der Zeitreihe angegeben. Das Datumsformat ist dabei nicht bei allen Serien gleich, so wird z.B. „yyyddd“ beim GFZ, „yymm“ beim AIUB oder „yyyy-mm“ beim ITG verwendet. Um eine einheitliche Zeitdarstellung zu erreichen, werden die Zeitangaben jedes Schwerefeldmodells in ein mittleres Julianisches Datum mit der fundamentalen Bezugsepoche J2000.0 transformiert. Auf den Umrechnungsansatz wird hier nicht näher eingegangen, sondern auf [Rummel, 2010] verwiesen.

Wie in Tabelle 1 schon erwähnt wurde, beziehen sich die Schwerefeldmodelle auf unterschiedliche Zeiträume. Für die praktische Betrachtung wird ein gemeinsames Zeitintervall gewählt, für welches die Daten von allen Modellen vorhanden sind. Im gemeinsamen Zeitraum werden die Daten über fast sechs Jahre, vom 17.08.2003 bis zum 02.03.2009 erfasst.

5.1.3 Reduktion eines mittleren Feldes

Da der Anteil des zeitlich konstanten Schwerefeldes im gesamten GRACE-Signal viel größer als der der eigentlichen Schwereänderungen ist, werden die Zeitreihen um den statischen Anteil reduziert.

Als statisches Feld wird in dieser Arbeit der Mittelwert der jeweiligen sphärisch-harmonischen Koeffizienten über dem definierten Zeitintervall angenommen:

$$\Delta \check{C}_{nm} = \frac{\sum_l \Delta C_{nm}(t)}{l} \quad (16)$$

Dabei ist:

- $\Delta \check{C}_{nm}$... Mittelwert der Stokes-Koeffizienten über den Zeitraum t
- $\Delta C_{nm}(t)$... normierte Stokes-Koeffizienten vom Grad n und Ordnung m
- n ... Grad

m ... Ordnung
 l ... Anzahl der Einträge im Zeitvektor.

Der Mittelwert wird von den entsprechenden Stokes-Koeffizienten abgezogen. Dadurch erhält man die zeitlichen Änderungen der Stokes-Koeffizienten, die für die weiteren Analysen nötig sind.

5.2 Analyseschritte

5.2.1 Bestimmung statistischer Parameter

Als erstes wird die Standardabweichung der Zeitreihen bestimmt. Die Berechnungen der Standardabweichungen erfolgen nach folgendem Ansatz:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(l-1)} \sum_l (\Delta C_{nm} - \Delta \check{C}_{nm})^2} \quad (17)$$

Hierin ist:

$\Delta \check{C}_{nm}$...der nach Formel (16) berechnete Mittelwert der sphärisch-harmonischen Koeffizienten über das einheitliche Zeitintervall.

Weitere statistische Parameter, wie Trend, sin- und cos-Amplitude sowie der Fehler der Ausgleichung, werden über den Ansatz der vermittelnden Ausgleichung mit der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt.

Dabei wird erst ein mathematisches Modell erstellt:

– **Funktionalmodell:**

$$\Delta \hat{y}(t) = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 t + \hat{\beta}_3 \cos(\omega t) + \hat{\beta}_4 \sin(\omega t) \quad (18)$$

Dabei sind:

$\Delta \hat{y}(t)$...die geschätzten Beobachtungen (z.B. zeitliche Änderungen der Stokes - Koeffizienten)

$\hat{\beta}_1 \dots \hat{\beta}_4$... die unbekannt Parameter. Im Fall der Schwereschätzung beschreibt β_1 den statischen Anteil des Schwerfeldes, β_2 den linearen Trend, und β_3 sowie β_4 die Amplituden der sin- und cos- Funktionen

t ... Zeitvektor mit l Einträgen, [Tage]

$\omega = \frac{2\pi}{365.25d}$... Winkelgeschwindigkeit.

Die Anzahl der Unbekannten u im Fall der Schätzung der Änderungen der Stokes-Koeffizienten nach dem oben beschriebenen Funktionalmodell ist gleich Vier.

Die Anzahl der Beobachtungen ist dabei:

$$b = l \quad (19)$$

– **Stochastisches Modell:**

Da sehr wenige Informationen über die Genauigkeit einzelner Zeitreihen sowie auch über die Korrelationen der Modelle untereinander vorliegen, werden die Beobachtungen als unkorreliert und gleich genau betrachtet. Dadurch nimmt die Gewichtskoeffizientenmatrix Q_{bb} diagonale Gestalt an und wird zu einer Einheitsmatrix. Der Varianzfaktor a priori wird bei diesen Annahmen $\hat{\sigma}_0^2 = 1$.

Im Folgenden sollen die Beobachtungsgleichungen linearisiert werden, d.h. man bildet die partiellen Ableitungen nach den unbekanntem Parametern. Fasst man die Ableitungen in einer kompakten Darstellungsform zusammen, so entsteht die Linearisierungsmatrix, die in der Literatur „Jakobi-Matrix“ genannt wird:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & t_i & \cos(\omega t_i) & \sin(\omega t_i) \end{bmatrix}, \quad i=1,2,\dots,l \quad (20)$$

Im nächsten Schritt werden die unbekanntem Parameter, die im Vektor \hat{x} zusammengefasst sind, geschätzt:

$$\hat{x} = (A' A)^{-1} A' \Delta \hat{y}(t) \quad (21)$$

Da für diese Schätzung angenommen wurde, dass die Näherungswerte für die Beobachtungen gleich Null sind, wird in diesem Fall der Widerspruchsvektor w gleich dem Beobachtungsvektor $\Delta \hat{y}$.

Nun werden die Verbesserungen für die Beobachtungen bestimmt:

$$\hat{v} = A \hat{x} - \Delta \hat{y}(t) \quad (22)$$

Die verbesserten Beobachtungen ergeben sich als Summe aus den ursprünglichen Beobachtungen und den geschätzten Verbesserungen:

$$\Delta \hat{y}(t) = \Delta \hat{y}(t) + \hat{v} \quad (23)$$

Der Varianzfaktor a posteriori wird aus den Verbesserungen für die Beobachtungen bestimmt:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}' \hat{v}}{(b-u)} \quad (24)$$

Daraus folgt der Fehler der Ausgleichung:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\hat{\sigma}_0^2} \quad (25)$$

Die Ergebnisse der Ausgleichung im Spektralbereich sind in Abbildung 6 für die GFZ-Daten dargestellt.

Die Verläufe der um den Mittelwert reduzierten Stokes-Koeffizienten, der Standardabweichung, des Trendes, der Cosinus- und Sinusamplituden sowie des Fehlers der Ausgleichung können auch in der Form von Gradamplituden dargestellt werden (siehe Abb.10). Aus dem Verlauf der Kurven für die Änderungen der Stokes-Koeffizienten kann man erkennen, dass die Koeffizienten vom Grad Zwei bis etwa 45 am wenigsten fehlerbehaftet sind. Der Fehler der höheren Grade wächst proportional mit der Gradnummer. Man kann auch erkennen, dass das Signal der Massenänderungen fast vier Größenordnungen schwächer ist, als das gesamte Signal, inklusive dem mittleren Schwerfeld.

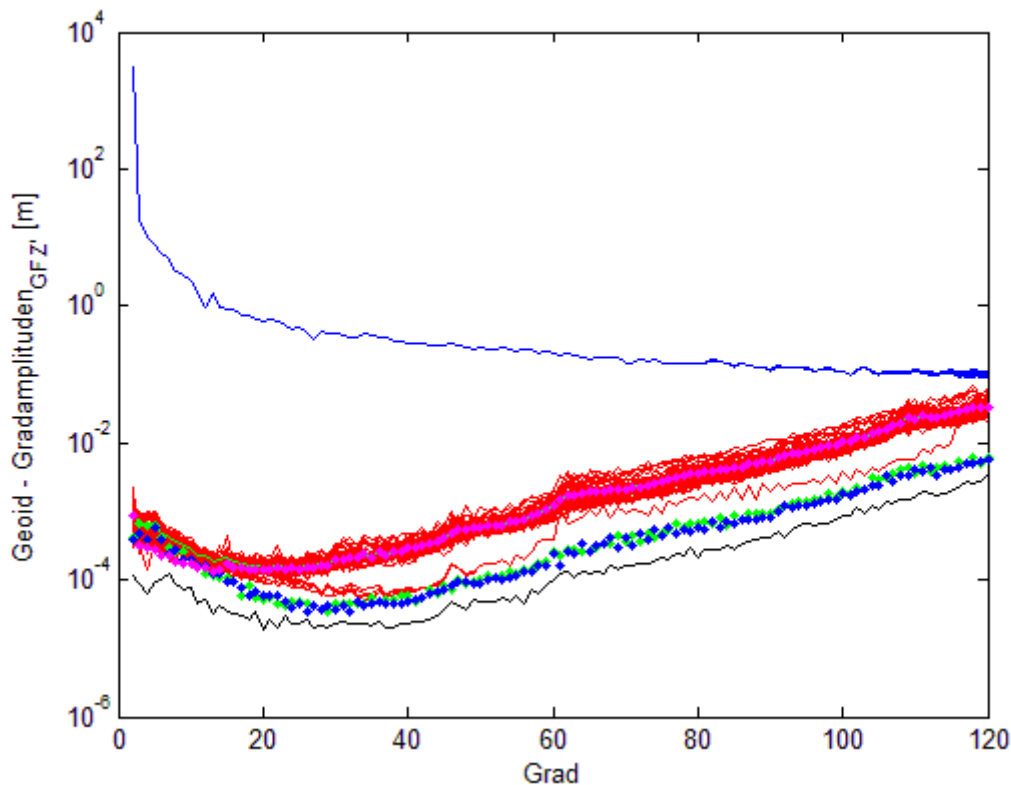


Abbildung 10: Geoid-Gradamplituden des GFZ-Schwerefeldmodells:

- | | | | |
|-----------|-------------------------------------|-------------|-------------------------|
| — (blue) | Stokes-Koeffizienten | ⋯ (green) | cos-Amplitude |
| — (red) | Änderungen der Stokes-Koeffizienten | ⋯ (black) | sin-Amplitude |
| — (green) | Standardabweichung | ⋯ (magenta) | Fehler der Ausgleichung |
| — (black) | Trend, [m/Jahr] | | |

5.2.2 Glättung mit dem Gauß-Filter

Im allgemeinen werden Filter dazu benutzt, um bestimmte Informationen hervorzuheben oder zu unterdrücken. In dieser Arbeit wird der Gauß-Filter eingesetzt, um die kurzwelligen Signale zu dämpfen.

Allgemein lässt sich die Wellenlänge der Potentialkoeffizienten aus folgendem Zusammenhang berechnen:

$$\lambda = \frac{40000}{n} \quad (26)$$

Hierin ist:

- λ ... gesuchte Wellenlänge, [km];
- 40000 ... mittlerer Erdumfang, [km];
- n ... Grad der Stokes-Koeffizienten.

Aus Formel (26) kann man schließen, dass, je höher der Grad der Potentialkoeffizienten, desto kurzwelliger ist das Signal. Die GRACE-Daten liefern nur für die niedrigen Grade zuverlässige und wenig fehlerbehaftete Ergebnisse. Die hochfrequenten Koeffizienten sind viel zu ungenau und schwer bestimmbar. Das Fehlersignal ist im Falle der hohen Grade vielfach stärker als die eigentlichen Massenänderungssignale. Als Folge entsteht im kurzwelligen Bereich des Spektrums hohes Rauschen, was für die meisten Anwendungszwecke unerwünscht ist.

Um hohes Signalrauschen zu unterdrücken, werden die Zeitreihen mit dem Gauß-Filter geglättet. Dabei werden im Ortsbereich die hochfrequenten, kurzwelligen Signale gedämpft und im Spektralbereich wird die Wirkung der Stokes-Koeffizienten höherer Grade unterdrückt. Die Gewichtsfunktion der Gauß-Filter ähnelt der bekannten Gaußschen Glockenkurve. Die Gewichtsfunktion der Filterfunktion im Ortsbereich lässt sich mit Hilfe folgender Formeln [Wahr et al., 1998] ausrechnen:

$$W(\alpha) = \frac{b}{2\pi} \frac{e^{-b(1-\cos\alpha)}}{1-e^{-2b}} \quad (27)$$

mit

$$b = \frac{\ln(2)}{1 - \cos(r/a)} \quad (28)$$

Dabei ist:

r ...Glättungsradius, [km];

a ...große Halbachse des Bezugsellipsoides, [km].

Die Gewichtskoeffizienten im Kugelfunktionsbereich berechnet man rekursiv.

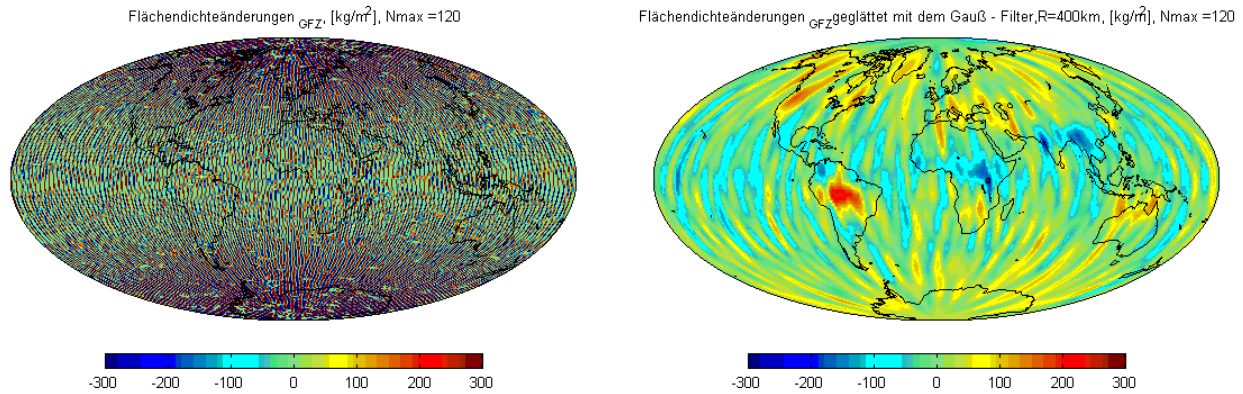
$$W_0 = \frac{1}{2\pi} \quad (29)$$

$$W_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1+e^{-2b}}{1-e^{-2b}} - \frac{1}{b} \right] \quad (30)$$

$$W_{l+1} = \frac{-2l+1}{bW_l} + W_{l-1} \quad (31)$$

Dabei entspricht $W(r/a) = 0,5 W(\alpha = 0)$ mit $a \cdot \alpha$ – Distanz auf der Erdoberfläche, [m]. Für die Normierung der Gewichtskoeffizienten sind die jeweiligen Werte durch $W(\alpha = 0)$ zu dividieren.

Abbildung 11 zeigt die Ergebnisse der Glättung im Ortsbereich.

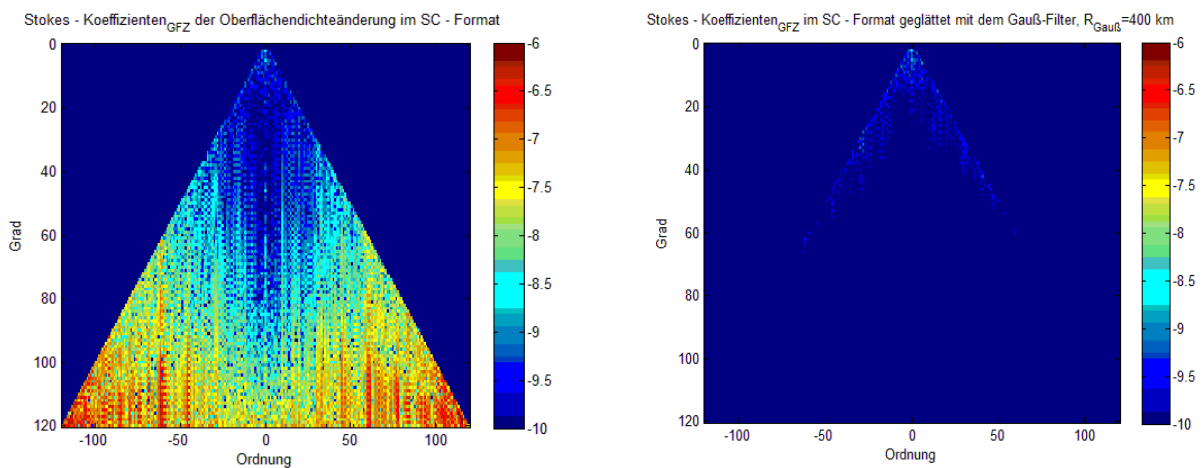


a)

b)

Abbildung 11: Ungeglättete Flächendichteänderungen [kg/m²] (a) und mit dem Gauß-Filter geglättete (b) für das GFZ-Schwerefeldmodell vom Januar 2006, $R_{\text{Gauß}} = 400 \text{ km}$

In Abbildung 12 ist die Wirkung des Gauß-Filters im Spektralbereich zu sehen.



a)

b)

Abbildung 12: Stokes-Koeffizienten im SC-Format: ungefiltert (a), gefiltert (b) für das GFZ-Schwerefeldmodell vom Januar 2006

Anhand der Dreiecksplots kann man gut erkennen, dass die Koeffizienten etwa ab dem Grad 60 sehr stark gedämpft werden.

5.2.3 Bestimmung der Flächendichteänderungen

Die Gauß-gefilterten Änderungen der Stokes-Koeffizienten werden nun in die äquivalente Wasserhöhe umgerechnet. Dies geschieht durch Anwendung der Formel (13).

Als nächstes werden die Oberflächendichteveriationen mittels Formel (12) bestimmt und als Karte abgebildet. Nach dem bekannten Schema der vermittelnden Ausgleichung werden die statistischen Parameter auch für den Ortsbereich ausgerechnet. Sie werden ebenfalls in Kartenform dargestellt (siehe Anlage-CD\Bachelorarbeit\Bilder\Bilder_alt bzw. \Bilder_neu). Zusätzlich wird aus den

Karten für die gesamte Erde das Gebiet um Grönland extrahiert.

5.2.4 GIA-Korrektur

Da die glazial-isostatischen Prozesse in den Ausgangsschwerefeldmodellen nicht berücksichtigt werden, werden sie in dieser Arbeit mit Hilfe des GIA-Modells ICE-4G [Peltier, 1998] korrigiert. Das GIA-Modell ICE-4G wird durch den Satz von Stokes-Koeffizienten C_{nm}^{GIA} und S_{nm}^{GIA} des linearen Schwerfeld-Trends repräsentiert. Der maximale Entwicklungsgrad der Gewichtskoeffizienten reicht bis 122. In dieser Arbeit werden die GIA-Koeffizienten, je nach Schwerfeldmodell, bis zum Grad 50, 60 oder 120 verwendet.

Ursprünglich sind die GIA-Koeffizienten im CS-Format vorhanden. Für die praktische Anwendung werden sie in dieser Arbeit in das übliche SC-Format umgewandelt und in die e.w.h.(„equivalent water height“) umgerechnet. Als nächstes wird aus dem Gewichtskoeffizientensatz eine künstliche Zeitreihe erzeugt:

$$\begin{pmatrix} C_{nm}^{GIA}(t) \\ S_{nm}^{GIA}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{nm}^{GIA} \\ S_{nm}^{GIA} \end{pmatrix} (t_i - t_1) \quad (32)$$

Dabei ist:

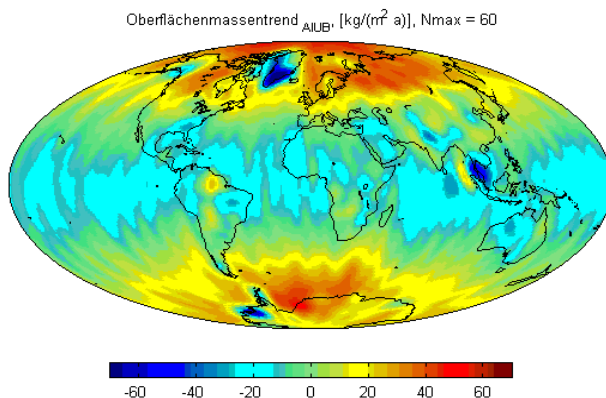
$$t_i \dots \text{Zeitpunkt, [Tage]}.$$

Die GIA-Zeitreihe ist für jedes Schwerfeldmodell spezifisch. Dabei hängt die Anzahl der Lösungen von der Lösungsrate des entsprechenden Schwerfeldmodells und dem maximalen Grad N_{max} des Modells ab.

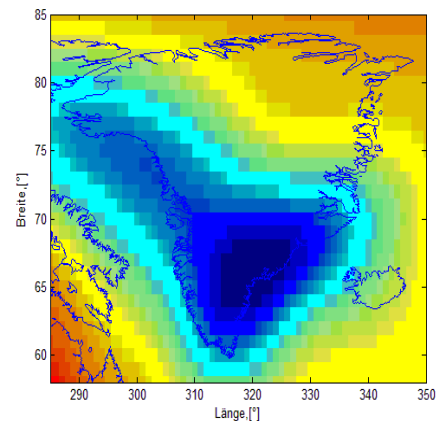
Die GIA-Korrektur der Zeitreihen selbst erfolgt durch einfache Subtraktion der GIA-Lösungen von den Schwerfeldlösungen (siehe Formel (33)) :

$$\begin{pmatrix} \Delta \tilde{C}_{nm}^{GIA}(t) \\ \Delta \tilde{S}_{nm}^{GIA}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \tilde{C}_{nm}(t) \\ \Delta \tilde{S}_{nm}(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C_{nm}^{GIA}(t) \\ S_{nm}^{GIA}(t) \end{pmatrix} \quad (33)$$

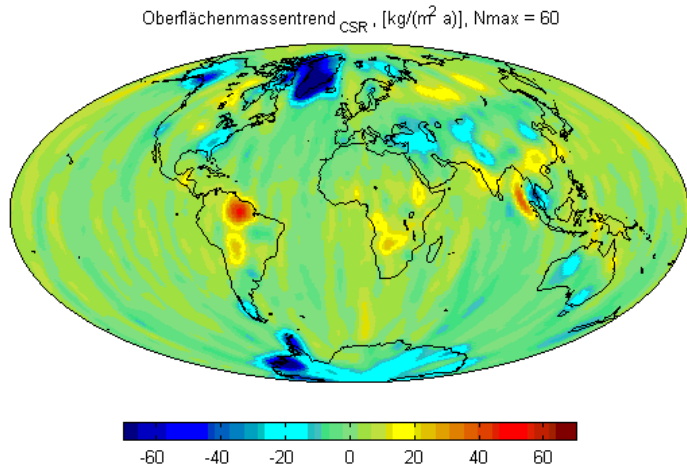
Die auf GIA korrigierten Trend-Karten von allen sieben Modellen inklusive Grönland sind in folgender Abbildung dargestellt.



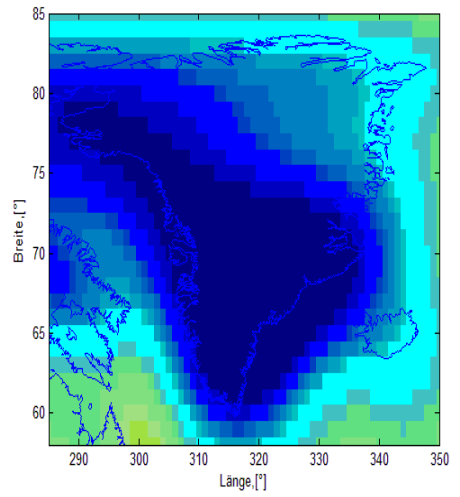
a) AIUB



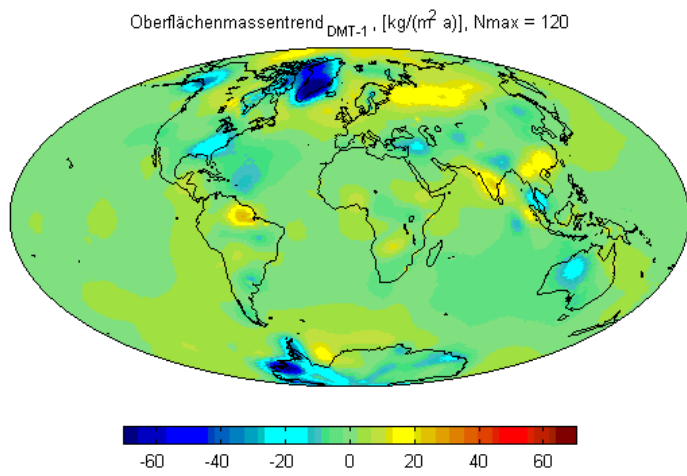
1)



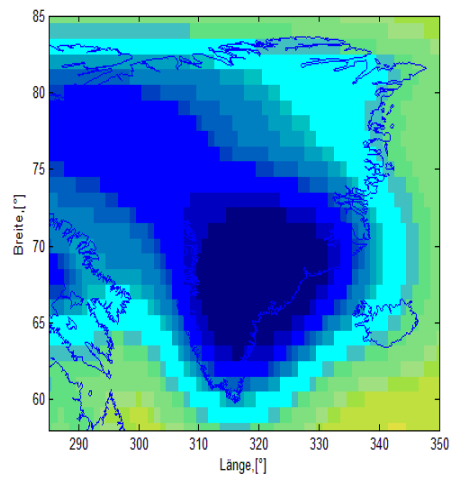
b) CSR



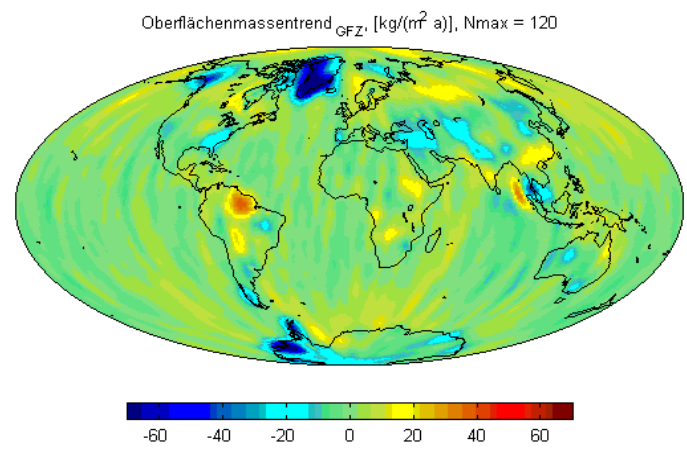
2)



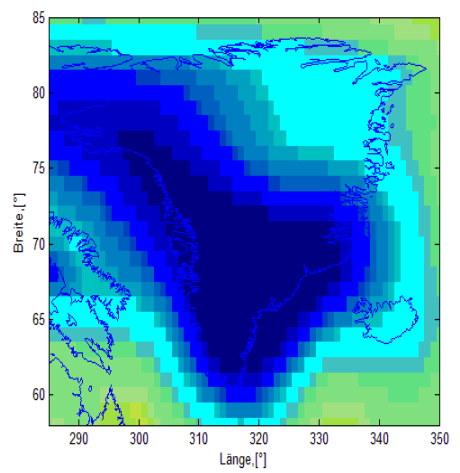
c) DMT-1



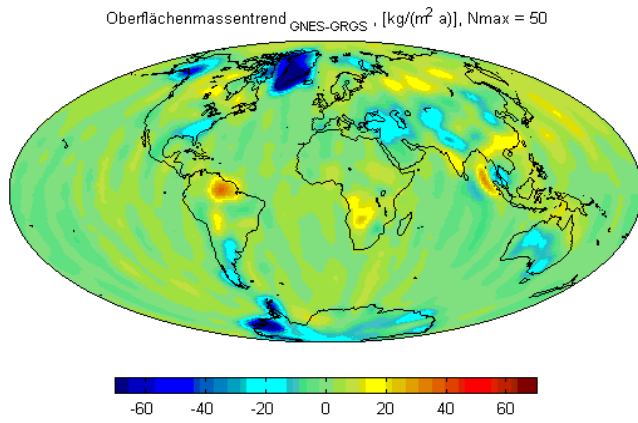
3)



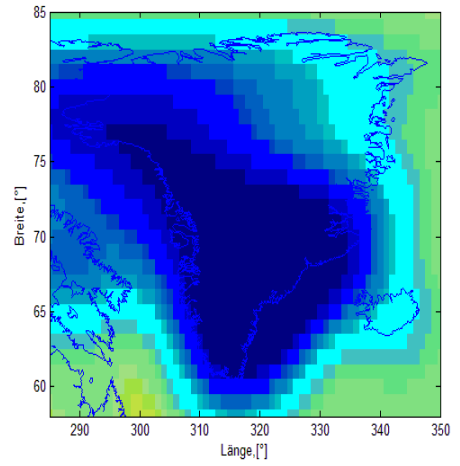
d) GFZ



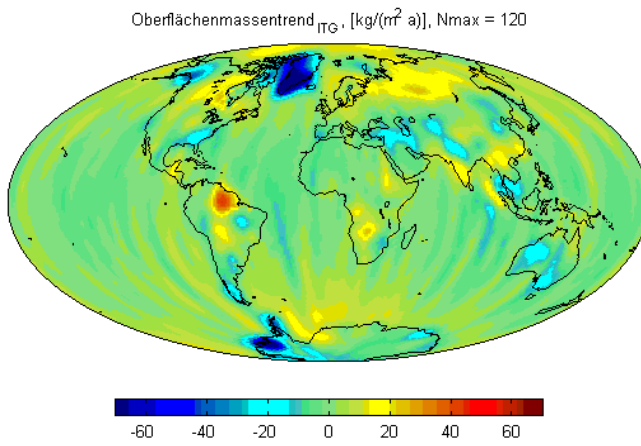
4)



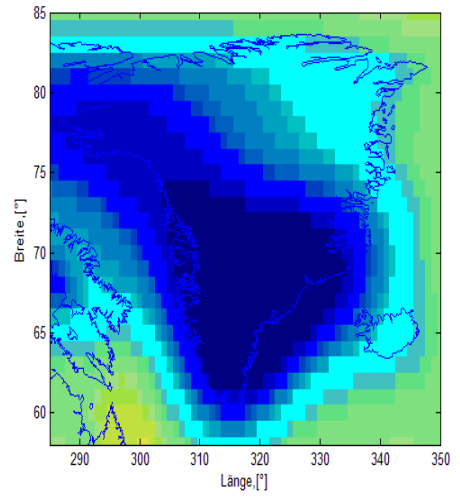
e) GNES-GRGS



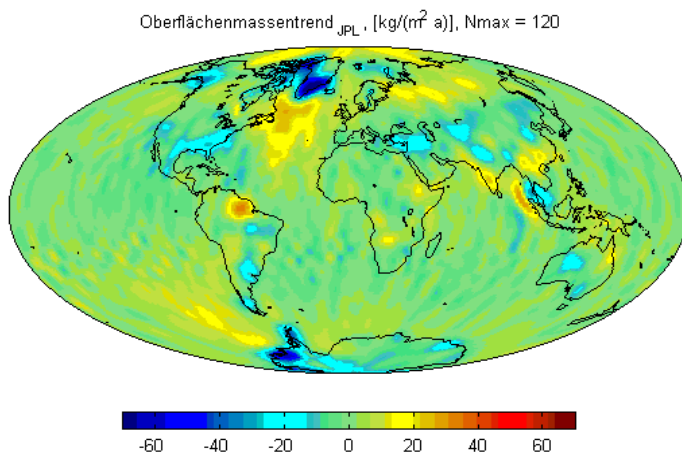
5)



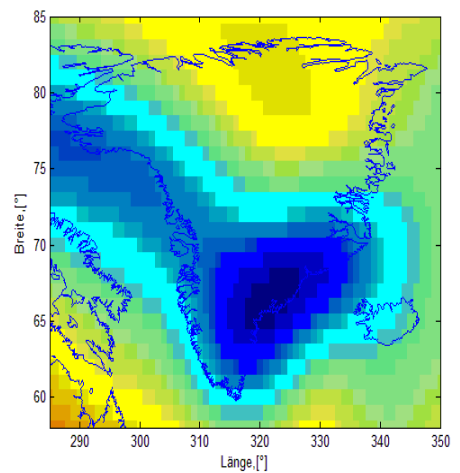
f) ITG



6)



g) JPL



7)

Abbildung 13: Trend der Flächendichteänderungen aus verschiedenen Schwerfeldmodellen auf dem gesamten Ellipsoid a) bis g) und für Grönland 1) bis 7)

Aus den Karten in Abbildung 13 erkennt man leicht die starken Signale in den Regionen der Antarktis, Grönlands, des Amazonasbeckens und im östlichen Teil von Kanada. In der Antarktis und in Grönland besteht bei fast allen Karten ein negativer Trend, d.h. der Abtrag von den Eismassen ist höher als der Eintrag. Im Amazonasbecken ist ein positiver Trend zu erkennen. In Kanada ist das Signal nicht bei allen Karten eindeutig interpretierbar. Es besteht trotzdem die Tendenz zur Massenzunahme.

Bezüglich der Trend-Karten von Grönland weisen alle außer den JPL- und den AIUB-Karten Oberflächenmassenabnahmen für die ganze Insel, mit einem deutlichen Maximum im südlichen Bereich, auf. Die JPL- und AIUB-Daten dagegen zeigen einen positiven Trend im nördlichen Teil und deutlich kleinere Massenverluste an der Westküste.

5.2.5 Bestimmung von Massenvariationen in Grönland

Als nächstes werden die Massenvariationen für jede Zeitreihe mit Hilfe der Formel (15) berechnet (siehe Abb. 2). Dabei wird die Gebietsfunktion für Grönland angewendet. Die Werte der Gewichtskoeffizienten für die Insel und den schmalen Randstreifen sind gleich Eins und fallen außerhalb dieses Gebietes kontinuierlich gegen Null. Für die Trendbestimmung werden die Ergebnisse für die Massenvariationen, nach dem in Kapitel 5.2.1 beschriebenen Ansatz der vermittelnden Ausgleichung, ausgeglichen. Die angepassten Massenvariationen sind in Abbildung 14 dargestellt.

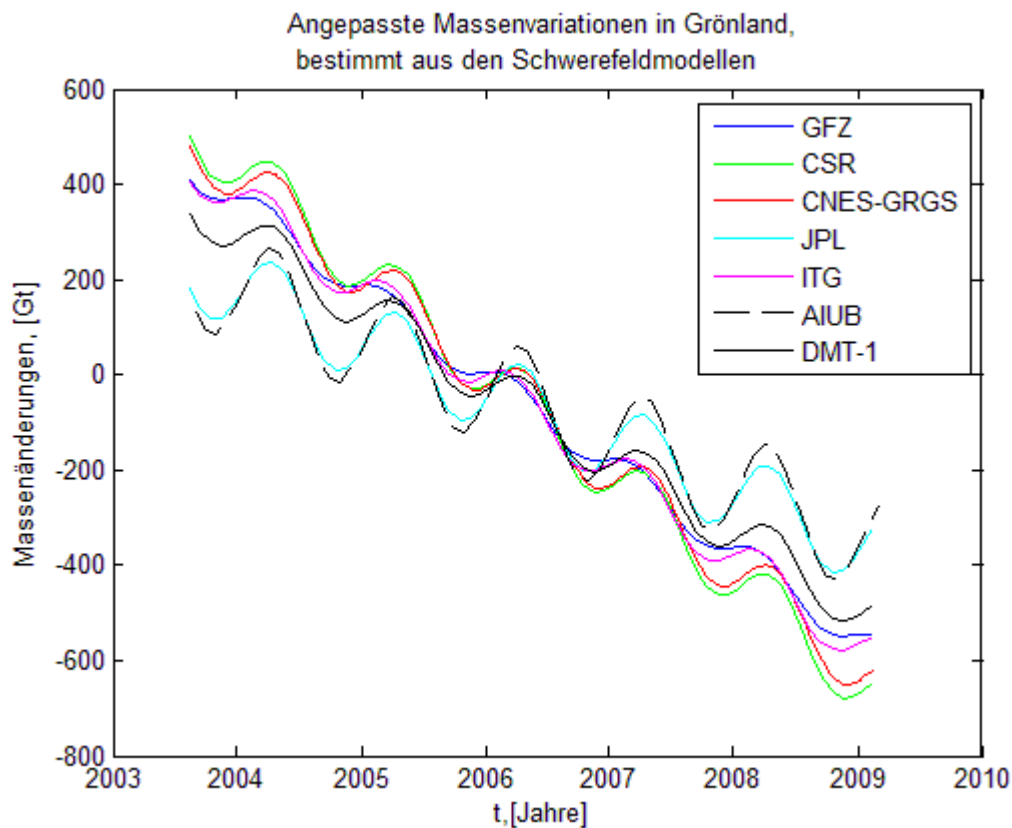


Abbildung 14: Angepasste Massenvariationen in Grönland, bestimmt aus den Schwerefeldmodellen

Die Trendwerte von allen Serien und die entsprechenden Standardabweichungen sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2: Massenvariationentrend

Schwerefeldmodelle	GFZ	CSR	CNES-GRGR	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
Massenvariationentrend, [Gt/a]	-183,29	-216,40	-206,08	-106,66	-187,89	-103,28	-157,60
Standardabweichung, ± [Gt/a]	7,47	6,74	2,84	2,49	7,70	34,10	3,16

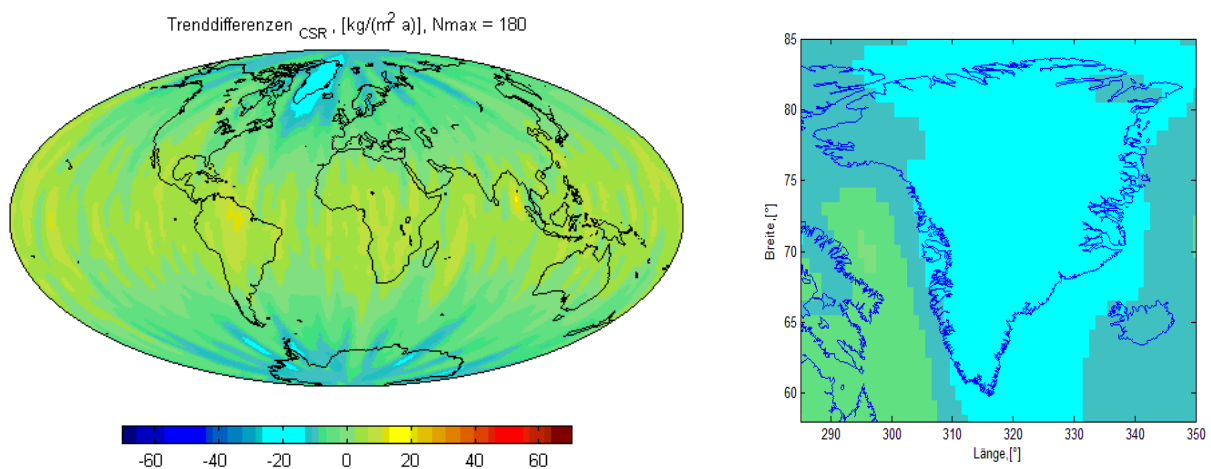
Zwischen den Trendwerten der Zeitreihen gibt es deutliche Unterschiede, so ist z.B. der Trend für CSR oder CNES-GRGS fast doppelt so groß wie der Trendwert für JPL oder AIUB. Die Werte für GFZ, ITG und DMT-1 nehmen eine mittlere Stellung ein. Außerdem kann man die paarweise Ähnlichkeit zwischen den Ergebnissen aus Tabelle 2 feststellen, und zwar unterscheiden sich die Massenvariationentrends für CSR und CNES-GRGS, JPL und AIUB sowie GFZ und ITG untereinander nur sehr gering, um ca. drei bis zehn Gt/Jahr.

Um die Unterschiede zwischen den Trendwerten zu verdeutlichen, wird ein Mittelwert über die Trendergebnisse gebildet und von den einzelnen Werten abgezogen. Die Zahlenangaben dazu sind in Tabelle 3 dargestellt. Der Mittelwert beträgt dabei -165,884 Gt/Jahr.

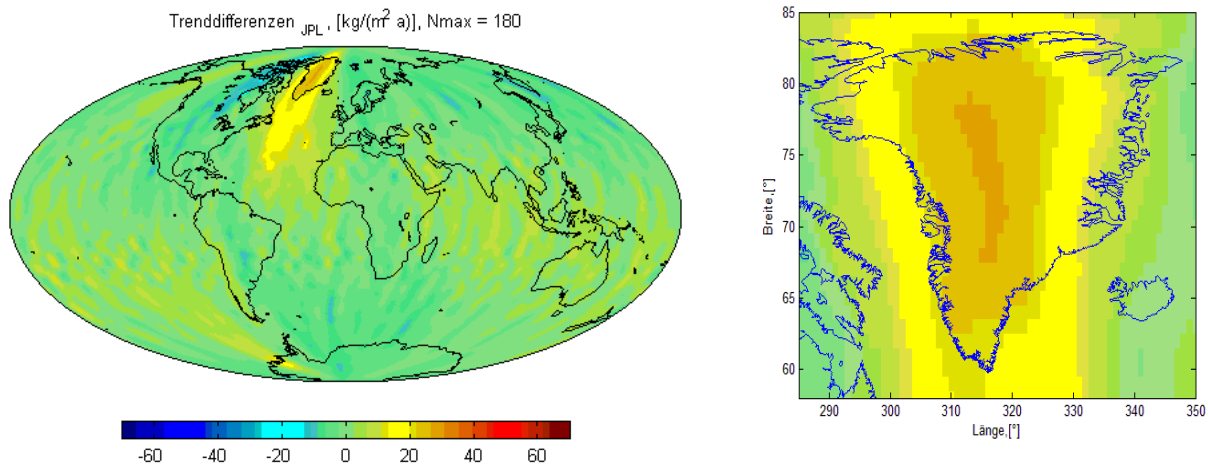
Tabelle 3: Differenzen der Massenvariationentrends zum Mittelwert

Schwerefeldmodelle	GFZ	CSR	CNES-GRGR	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
Differenz zum Mittelwert, Gt/a	-17,40	-50,51	-40,20	59,22	-22,00	62,60	8,29

Auch im Ortsbereich wird die Reduktion der Trendkarten auf den Mittelwert durchgeführt. Die Differenztrendkarten von CSR und JPL (als extreme Fälle) sind in Abbildung 15 dargestellt. Die restlichen Karten befinden sich auf der Anlage-CD.



a) CSR



b) JPL

Abbildung 15: Auf den Mittelwert reduzierte Oberflächenmassenvariationentrends für die CSR- (a) und JPL-Serien von Schwerefeldmodellen (b)

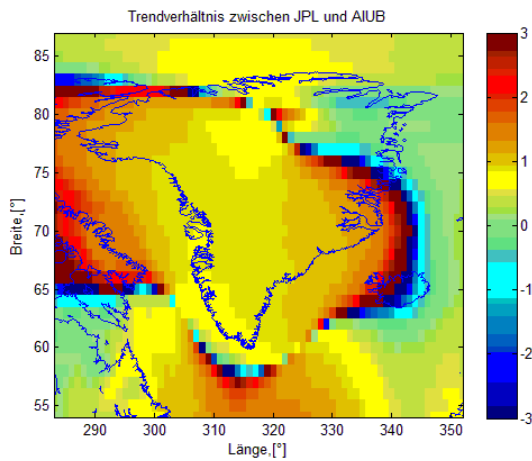
Die obigen Abbildungen zeigen ein starkes Signal, welches in der Region der grönländischen Insel konzentriert ist. Die CSR-Karte zeigt negative Differenzen zum Mittelwert von ca. $-20 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ Jahr})$. Die JPL-Ergebnisse zeigen eine positive Differenz zum Mittelwert im Bereich von ca. 10 bis $35 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ Jahr})$.

Bei allen Karten der Trenddifferenzen zum Mittelwert ist ein zonales Muster zu erkennen (siehe Anlage-CD\Bilder\Bilder_neu\Massentrends_Differenz). Dies stammt von der AIUB-Lösung, welche als einzige einen überwiegenden Einfluss von C_{20} zeigt.

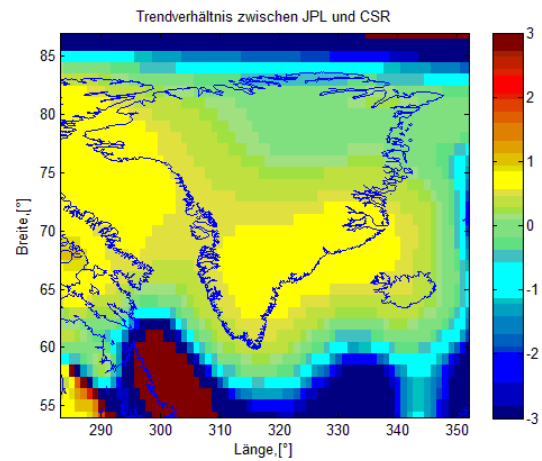
Das räumliche Muster der Oberflächendichteänderungen auf dem gesamten Geoid (mit der Ausnahme von Grönland) sieht bei allen Lösungen (außer der AIUB-Lösung) relativ ähnlich aus, weswegen auf den Differenzkarten keine deutlichen Unterschiede zu erkennen sind. Im Bereich der grönländischen Insel zeigt die JPL-Differenzkarte gewisse Besonderheiten im Vergleich zu den anderen Karten:

- Nur bei der JPL-Karte sind die positiven Oberflächendichteänderungen im Atlantikbereich nahe Grönlands vorhanden. Eine Erklärung hierfür könnte die Akkumulation der geschmolzenen oder abgetrennten Eismassen (Eisbergen) im Atlantischen Ozean, nahe der Südküste, sein. Allerdings zeigen die anderen Lösungen dies nicht an.
- Auf die Insel Grönland bezogen kann man die größte, im Vergleich zu den anderen Differenzkarten, positive Differenz erkennen. Dies zeigt auch der betragsmäßig kleinste Massentrend aus den JPL-Schwerefeldmodellen (siehe Tab. 3).

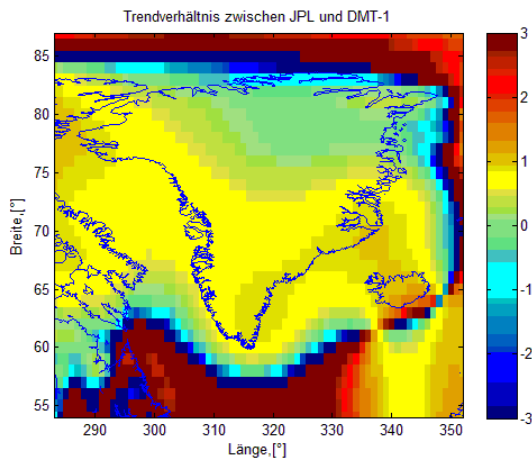
Das Verhältnis der JPL-Lösung zu den anderen Lösungen wird mit Hilfe der folgenden Abbildungen (Abb. 16) untersucht.



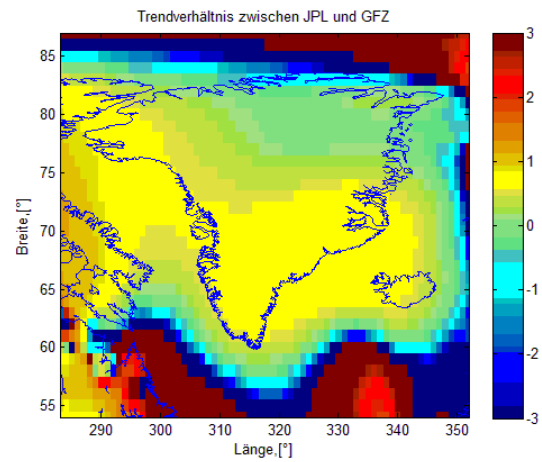
a)



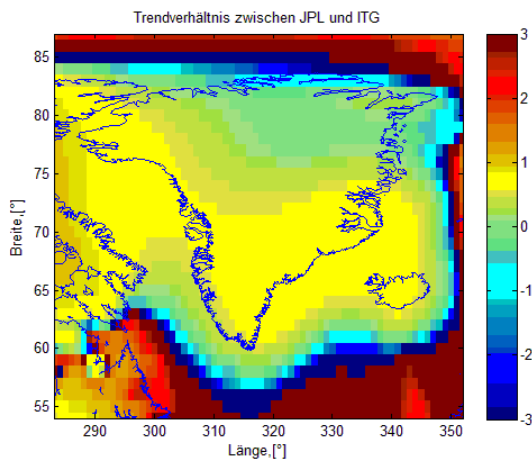
b)



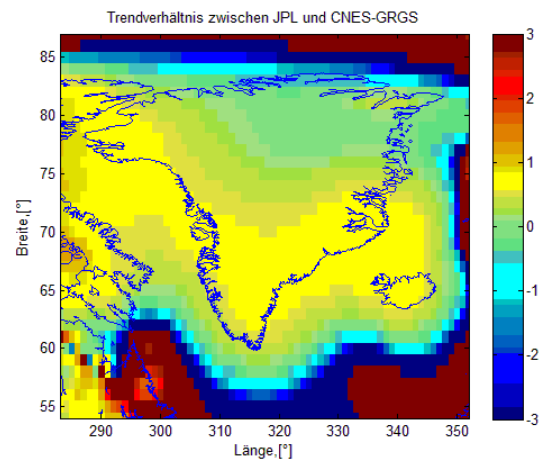
c)



d)



e)



f)

Abbildung 16: Trendverhältnis zwischen den JPL- und AIUB- (a), CSR- (b), DMT-1- (c), GFZ- (d), ITG- (e) und CNES-GRGS-Lösungen (f).

Die Abbildungen b) bis f) zeigen sehr ähnliche räumliche Muster. Die Positionen der Maxima und Minima sowie auch der Nulldurchgänge stimmen überein, die Zahlenwerte sind aber verschieden.

Um die möglichen Ursachen der Unterschiede zwischen den Lösungen festzustellen, werden in dem folgenden Kapitel die Grad-Ordnungs-Einflüsse auf die Massenvariationen analysiert.

5.3 Analyse der Grad-Ordnungs-Wirkung auf die Massenvariationen

Wie schon erwähnt wurde, ist das Signal-Rausch-Verhältnis umso größer, je höher der Grad der Stokes-Koeffizienten ist. Welchen Einfluss die Koeffizienten von bestimmten Graden auf die Werte der Massenvariationen haben, wird im Folgenden untersucht.

Zunächst werden Grad- und Ordnungsbereiche betrachtet. Dabei wird das gesamte Grad-Spektrum in 10-Grad-Bereiche unterteilt. Für jeden Teilbereich wird ein Massentrend ausgerechnet und in Relation zu dem gesamten Trend für das jeweilige Schwerefeldmodell gestellt.

Dabei werden erst die entsprechenden Gradbereiche aus den einzelnen Lösungen der Zeitreihe extrahiert. Durch die Multiplikation mit der Gebietsfunktion werden die daraus folgenden Massenvariationen bestimmt. Mittels der vermittelnden Ausgleichung werden die Massentrends geschätzt. Die prozentualen Anteile der Grad-Bereiche an den Massenvariationen im Gesamtmasstrend für die Schwerefeldmodelle sind in Tabelle 4 dargestellt. Man kann gut erkennen, dass bei allen Zeitreihen die Stokes-Koeffizienten vom Grad 0 bis 10 den größten Einfluss, etwa 70%, auf die Massenvariationen in Grönland haben. Eine Ausnahme stellt das AIUB-Schwerefeldmodell dar. Hier ist die Wirkung von zwei Bereichen dominant, und zwar die des Bereichs vom Grad 2 bis 10 und des Bereichs von 11 bis 20, welche jeweils etwa 45% und 42% der Massenänderungen widerspiegeln. Bei anderen Schwerefeldserien beträgt der Anteil der Grade 11 bis 20 etwa 20-23% am gesamten Massentrend je Serie. Die Wirkungen werden mit den höheren Graden immer kleiner und etwa ab Grad 41 betragen sie weniger als 1%.

Tabelle 4: Prozentuale Anteile der Trends einzelner Gradbereiche am gesamten Trend der Massenvariationen in Grönland

Gradbereiche	GFZ	CSR	CNES-GRGS	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
2-10	70,29	72,38	70,33	69,46	69,04	45,26	70,19
11-20	23,01	21,07	23,36	20,70	23,98	42,34	23,97
21-30	4,88	4,91	4,98	6,43	5,18	8,54	4,71
31-40	1,35	1,11	1,03	2,60	1,31	2,75	0,88
41-50	0,50	0,48	0,31	0,85	0,51	1,04	0,32
51-60	0,04	0,04	0,00	0,07	0,03	0,06	0,00
61-70	-0,05	0,00	0,00	-0,07	-0,04	0,00	-0,05
71-80	-0,01	0,00	0,00	-0,02	-0,01	0,00	-0,01
81-90	-0,01	0,00	0,00	-0,02	-0,01	0,00	-0,01
91-100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
101-120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Die Ordnungseinflüsse werden analog zu dem oben beschriebenen Schema für die Gradeinflüsse bestimmt. Die Einflussanteile der 10-er Ordnungsbereiche an dem gesamten Massentrend sind in Tabelle 5 zu sehen.

Tabelle 5: Prozentuale Anteile einzelner Ordnungsbereiche am gesamten Trend der Massenvariationen in Grönland

Ordnungsbereiche	GFZ	CSR	CNES-GRGS	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
0-10	97,93	97,95	98,15	96,52	97,81	95,87	98,52
11-20	2,11	2,02	1,86	3,53	2,20	4,09	1,52
21-30	-0,05	0,03	-0,01	-0,07	-0,03	0,04	-0,05
31-40	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,01
41-50	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
51-60	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
61-70	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
71-80	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
81-90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Aus den Werten in Tabelle 5 lässt sich leicht die dominierende Wirkung der Ordnungen von 0 bis 10 erkennen. Sie beträgt ca. 96-98% des gesamten Massentrends. Der Anteil des nächsten Bereiches (Ordnungen 11-20) ist deutlich kleiner, nur etwa 2 bis 4%. Die anderen Bereiche ab den Ordnungen 41 bzw. 51 haben keine Wirkung mehr.

Die Wirkungsprozente der einzelnen Grade und Ordnungen sind in den Tabellen 6 und 7 zusammengefasst. Dabei wird nur auf die wesentlichsten Einflüsse eingegangen.

Tabelle 6: Prozentuale Anteile der einzelnen Grade am gesamten Trend der Massenvariationen in Grönland

Grad	GFZ	CSR	CNES-GRGS	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
2	7,19	15,72	10,17	3,72	3,05	-71,37	7,84
3	3,62	2,59	3,63	-4,87	3,05	3,57	2,16
4	7,02	5,78	5,65	6,7	7,25	14,21	4,83
5	4,01	4,37	4,28	3,25	5,21	6,26	3,4
6	11,76	10,51	11,26	16,02	12,27	22,49	13,07
7	12,36	11,24	11,64	16,63	12,8	24,19	13,51
8	10,15	9,11	9,37	12,67	10,98	19,1	10,44
9	7,71	7,19	7,7	8,92	7,72	15,52	8,72
10	6,46	5,87	6,62	6,42	6,73	11,3	6,23
11	5,16	4,91	5,41	5,23	5,6	10,17	5,53
12	4,76	4,16	4,59	4,44	4,99	8,49	4,68
13	3,74	3,57	3,77	3,9	3,75	7,1	3,99

Tabelle 7: Prozentuale Anteile der einzelnen Ordnungen am gesamten Trend der Massenvariationen in Grönland

Ordnungen	GFZ	CSR	CNES-GRGS	JPL	ITG	AIUB	DMT-1
0	11,61	17,1	13,62	11,36	6,62	-69,06	9,9
1	34,17	32,1	32,28	42,68	36,09	68,29	37,29
2	17,45	16,64	16,72	13,75	19,41	36,8	20,55
3	15,34	14,64	15,71	9,28	15,77	27,61	13,3
4	9,72	7,71	8,98	4,05	9,52	14,19	6,92
5	2,94	2,82	3,5	4,3	2,98	4,79	3,37
6	1,11	1,77	1,9	3,39	1,9	2,94	2,41
7	2,71	2,51	2,72	3,55	2,52	5,45	2,4
8	1,38	1,21	1,39	2,03	1,39	2,34	1,01

Aus den oben dargestellten Werten für die Gradwirkung erkennt man, dass die langwelligen Signale den größten Teil der Informationen über die gesamten Oberflächenmassenänderungen übertragen. Die Massenänderungen bei dem AIUB-Schwerefeldmodell werden zu 71 % vom Grad 2 beeinflusst. Dieses Ergebnis entspricht dem zonalen Streifenmuster auf der Karte aus Abbildung 13 (a).

Bei den Ordnungswirkungen hat die Ordnung 1 den größten Einfluss (ca. 32-42%, mit der Ausnahme von AIUB, 68%). Ab der Ordnung 5 nehmen die prozentualen Anteile der einzelnen Ordnungen am gesamten Massentrend stark ab.

6 Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurden die Massenvariationen in Grönland aus sieben Schwerefeldmodellen berechnet und miteinander verglichen. Die Lösungen haben einen negativen Massenvariationentrend, mit einem Mittelwert von $-166,88$ Gt/Jahr, gezeigt. Die einzelnen Ergebnisse für die Massentrends für die verschiedenen Zeitreihen weichen voneinander deutlich ab, so beträgt z.B. der aus den JPL-Schwerefeldmodellen abgeleitete Massentrend $-106,66$ Gt/Jahr und der Trend aus den CSR-Lösungen erreicht $-216,40$ Gt/Jahr (siehe Tab. 2).

Um die möglichen Ursachen dieser Unterschiede zu untersuchen, wurden die Grad-Ordnungseinflüsse für jede Schwerefeldserie analysiert. Durch die Analyse konnte festgestellt werden, dass bei den meisten Schwerefeldmodellen die Koeffizienten mit niedrigen Graden (von 2 bis etwa 20) und Ordnungen (von 0 bis 8) den größten Anteil des Massensignals darstellen. Es wurde auch eine Tendenz zur stetigen Reduktion der Wirkung mit wachsenden Graden bzw. Ordnungen der Stokes-Koeffizienten beobachtet.

Im Rahmen der Grad-Ordnungs-Analysen fielen auch einige Besonderheiten der AIUB-Lösung auf. So wurde ein positiver Trend des Grads 2 am gesamten negativen Massentrend festgestellt, der betragsmäßig 71% des gesamten Trends ausmacht. Die Ordnungsanalysen lieferten einen positiven Massentrend der Stokes-Koeffizienten für die Ordnung 0 (etwa -69%). Daraus kann man schließen, dass der positive Trend durch den Koeffizienten C_{20} verursacht wird. Da aber der gesamte Trend negativ ist, wird der C_{20} -Einfluss durch die Wirkung der anderen sphärisch-harmonischen Koeffizienten höheren Grades kompensiert. .

Bei der Betrachtung der Trend-Karten, reduziert um den Mittelwert, wurden Besonderheiten bei der JPL-Karte festgestellt (siehe Abb. 15). Die JPL-Lösung zeigt die größte Differenz in Grönland und der nahen Umgebung zu dem Trendmittelwert. Betrachtet man zusätzlich die abgebildeten Verhältnisse zwischen den Trends der Oberflächendichte für die Insel, so kann man eine gewisse Dämpfung der Lösungswerte feststellen. Die räumliche Verteilung der Extremwerte ist sehr ähnlich, die Beträge weisen aber Unterschiede auf. Außerdem zeigt die JPL-Karte Massenakkumulationen im Atlantischen Ozean nahe der Südküste Grönlands, welche in den anderen Karten nicht vorhanden sind und deswegen nicht eindeutig interpretiert werden können.

Da in dieser Arbeit alle Serien von Schwerefeldmodellen einheitlich ausgewertet wurden, wird vermutet, dass die möglichen Ursachen der Ergebnisunterschiede hauptsächlich aus der Vorverarbeitungsphase stammen. Wie schon im Abschnitt 4.1 „Übersicht über die Zeitreihen“ erwähnt wurde, werden die ursprünglichen GRACE-Daten von den verschiedenen Forschungseinrichtungen weiterbearbeitet. Es werden gewisse Reduktionen durchgeführt und Korrekturmodelle angewendet, die nicht bei jeder Zeitreihe gleich sind.

Durch ein ähnliches Vorgehen bei der Vorverarbeitung der Zeitreihen könnte die Übereinstimmung der Ergebnisse gesteigert werden.

7 Ausblick

Die GRACE-Satelliten liefern die zeitvariablen Schwerefelddaten mit bis jetzt unerreichter Genauigkeit. Im Vergleich mit anderen Schwerefeldmissionen sind die GRACE-Messungen viel genauer und zuverlässiger im langwelligen Bereich als z.B. bei CHAMP oder GOCE. Aus den GRACE-Daten kann man direkt die zeitlichen Änderungen des Schwerefeldes ableiten und durch Schwerefeldmessungen erhält man die Informationen über die Massentransporte im System Erde. Es gibt aber gewisse Unterschiede zwischen den aus den verschiedenen Serien von Schwerefeldmodellen bestimmten Ergebnissen für die Eismassenänderungen.

Die Bedeutung der Kenntnisse über die Eismassendynamik in Verbindung mit dem Klimawandel wird immer größer. Viele Wissenschaftsbereiche beschäftigen sich eng mit den Gletscherbeobachtungen. Es werden viele terrestrische und Weltraummethode zur Gletscherforschung eingesetzt. Die meisten photogrammetrischen und Fernerkundungsmethoden wie z.B. Flugzeug- oder Radaraufnahmen, Laserscanning oder Satellitenaltimetrie liefern hochgenaue Ergebnisse über die Beschaffenheit der Oberfläche der Gletscher, geben aber keine Auskunft über die Änderungen im Inneren des Eiskörpers. Aus den Aufnahmen über lange Zeiträume kann man die Flächenänderungen der Gletscher bestimmen. Eisproben aus Bohrungen geben Informationen über die angenäherte Dichte und die Dicke des Eises. Die Kopplung beider Beobachtungen kann gute Ergebnisse für die kleinräumigen Gletscher liefern. Bei den großräumigen Eisschilden wie in Grönland oder in der Antarktis wären solche Messungen viel zu ungenau.

Die Verknüpfung der GRACE-Messungen und der Fernerkundungsmethoden bei den Beobachtungen des größten Eisvorkommens der Erde könnte die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Parameter der Eismassendynamik deutlich erhöhen.

Für die nahe Zukunft ist die Realisierung der Nachfolgemission für die GRACE-Satelliten vorgesehen. Die kommende Mission soll die Massentransporte und Massenverteilungen im System Erde genauer und mit höherer Auflösung erfassen.

Literaturverzeichnis

Bruinsma S, Lemoine M.-J, Biancale R, Val`es N (2009) *Advances in Space Research*, 45: 587–601, DOI: 10.1016/doi:10.1016/j.asr.2009.10.012

CSR (2011) GRACE Spacecraft Configuration, <http://www.csr.utexas.edu/grace/spacecraft/config.html> (letzter Zugriff 11.06.2011)

DLR (2011) GRACE - Gravity Recovery and Climate Experiment, http://www.dlr.de/rd/desktopdefault.aspx/tabid-2440/3586_read-5326/ (letzter Zugriff 10.06.2011)

GFZ (2011) GNSS-Atmosphärensondierung, http://www.gfz-potsdam.de/portal/gfz/Struktur/Departments/Department+1/sec11/M1_Themen/GNSS-Atmosph%C3%A4rensondierung (letzter Zugriff 10.06.2011)

Horwath M (2007) Zur Ermittlung geophysikalischer Massensignale mit Schwerefeldmissionen: Eine Analyse des gegenwärtigen Standes am Beispiel der Antarktis. Dresden: Technische Universität Dresden, Dissertation

JPL (2011) Release notes for GRACE L-2 calibration products - version JPL RL04.1, ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/grace/docs/ReleaseNotes_jpl_RL04.txt

Liu X, Ditmar P, Siemes C, Slobbel D.C, Revtova E, Klees R, Riva R, Zhao Q (2010) *Geophys. J. Int.* (2010) 181, 769–788 DOI: 10.1111/j.1365-246X.2010.04533.x

Löw S, Balderer W (2004) *Grundzüge der Hydrologie*. Zürich: ETH Zürich, Vorlesungsskript

Mayer Ch, Oerter H (2006) Massenbilanz des Antarktischen und Grönländischen Inlandeises und der Charakter ihrer Veränderungen. in: José L. Lozán / Hartmut Graßl / Hans-W. Hubberten / Peter Hupfer / Ludwig Karbe / Dieter Piepenburg (Hrsg.): *Warnsignale aus den Polarregionen. Wissenschaftliche Auswertungen*, Hamburg, 87-91

Meinebibliothek (2011) Gletscher : Entstehung und Formen, <http://www.meinebibliothek.de/Texte5/html/gletscher.html>, (letzter Zugriff 1.07.2011)

Peltier W. R (1998) *Reviews of Geophysics* 36(4), 603-689

Peters T (2007) Modellierung zeitlicher Schwerevariationen und ihre Erfassung mit Methoden der Satellitengravimetrie. DGK, Reihe C, Heft 606, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Dissertation

Rothacher M, Hugentobler U (2008) *Satellitengeodäsie 2*. München: Technische Universität München, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Vorlesungsskript

Rummel R (2010) *Erdmessung-Teil3*. Technische Universität München: Vorlesungsskript

Rummel R, Pail R (2010) *Potentialtheorie. Vorlesung Grundlagen der Erdmessung 2*. Technische Universität München: Vorlesungsskript

Schmidt R, Flechtner R, Meyer U, Neumayer K.-H, Dahle Ch, König R, Kusche J (2008) *Springer Science+Business Media B.V.*, 29: 319–334, DOI:10.1007/s10712–008–9033–3

Solomon S, Qin D, Manning M, Chen Z, Marquis M, Averyt K. B, Tignor M, Miller H. L (2007) *Climate Change 2007: The Physical Basis. Contribution of Working Group I to the*

Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge University Press, Cambridge, (URL: <http://www.ipcc.ch>)

Wahr J, Molenaar M, Bryan F (1998) JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH, B12: 30, 205-30,22

Wikipedia (2011) Meeresströmung, <http://de.wikipedia.org/wiki/Meeresstr%C3%B6mung> (letzter Zugriff 11.06.2011)

ZAMG (2011) Massenbilanz Gletscher, http://www.zamg.ac.at/klima/Klimawandel/Klimaforschung/Glaziologie/Massenbilanz_Gletscher/, (letzter Zugriff 1.07.2011)

Zenner L (2005) zfv - Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Vol. 132, Nr. 3, pp 147-157(2007), DOI: 10.1111/j.1365-246X.2010.04669.x

Zürn W (2007) Gezeiten sind überall. Die Erde unter dem Einfluss von Mond und Sonne. Wetzell: Geodätisches Informationszentrum

Mayer-Gürr T, Eicker A, Kurtenbach E, Ilk K.-H (2010) ITG-GRACE: Global Static and Temporal Gravity Field Models from GRACE Data. Bonn: Institute of Geodesy and Geoinformation, University of Bonn. Flechtner F M et al. (Eds.): System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques, Springer, Berlin, S. 159-168, DOI:10.1007/978-3-642-10228-8_13

Prange L, Meyer U, Jäggi A, Beutler G (2011) Temporal gravity field solutions at the AIUB. EGU General Assembly 2011, Vienna, Austria, April 3-8, 2011, (URL: <http://www.bernese.unibe.ch/publist/publist.html>)

Anhang A

Schwerefeldmodelle

AIUB	Astronomisches Institut, Universität Bern
CNES	Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale (13.08.2003 – 28.05.2008)
CNES_GRGS_1	Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale (02.06.2008 - 26.08.2009)
CSR	University of Texas at Austin
DMT-1	DEOS Mass Transport model release 1
GFZ	GeoForschungsZentrum Potsdam
ITG	Institut für Theoretische Geodäsie Bonn
JPL	Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology

Funktionen

ausgleichung.m	Vermittelnde Ausgleichung (3D Matrizen)
ausgleichung_mass.m	Vermittelnde Ausgleichung (2D Matrizen)
auswertung.m	Auswertung der Zeitreihen nach der in der Arbeit beschriebenen Reihenfolge
cs2sc.m	Übergang von CS- in SC-Format
dmy2mjd.m	Umrechnung der UTC in das mittlere Julianisches Datum
earthplot.m	Kartenerstellung
einlesen.m	Einlesen der Zeitreihendateien mit den Dateinamen im ... Format
einlesen_AIUB.m	Einlesen der Zeitreihendateien mit den Dateinamen im ... Format
einlesen_CNES_1.m	Einlesen der Zeitreihendateien mit den Dateinamen im ... Format
einlesen_DMT.	Einlesen der Zeitreihendateien mit den Dateinamen im ... Format
einlesen_ITG.m	Einlesen der Zeitreihendateien mit den Dateinamen im ... Format
gaussfilt.m	Glättung mit dem Gauß-Filter

gradamp.m	Berechnung der Gradamplituden
gshs.m	Bestimmung der sphärisch-harmonischen Synthese
kffformat2dreieck1.m	Umwandlung des üblichen Kugelfunktionskoeffizienten-Daten-Formats
mass_ausgleich.m	
massvar.m	Berechnung der Massenvariationen
mittelwert.m	Bestimmung des Mittelwertes (3D Matrizen)
mjd2dmy.m	Umrechnung des mittleren julianischen Datums in UTC
mul_1D_2D.m	Multiplikation 1D Vektors mit der 2D Matrix in SC-Format
readicgem.m	Einlesen der Potentialkoeffizienten in ICGEM-Format
sc2cs.m	Umwandlung des SC- in CS-Format
sc2ewh.m	Umrechnung der Stokes-Koeffizienten in die äquivalente Wasserhöhe
SCtrend2masstrend.m	Berechnung des Massentrendes aus dem Trend von den Stockesoeffizienten
standardabweichung.m	Bestimmung der Standardabweichung

Skript-files

Alle_Auswert.m	Auswertung der Zeitreihen nach der in der Arbeit beschriebenen Reihenfolge
Daten_Einlesen.m	Einlesen der Zeitriehendateihen
gia_20110506.m	Berechnung der GIA-koeffizienten
MassVar_einzelneSC.m	Berechnung der Massenvariationen von einzelnen Potentialkoeffizienten
prozente_mass_trend.m	Berechnung der Prozentanteile der Massenvariationen von einzelnen Potentialkoeffizienten im gesamten Massentrend

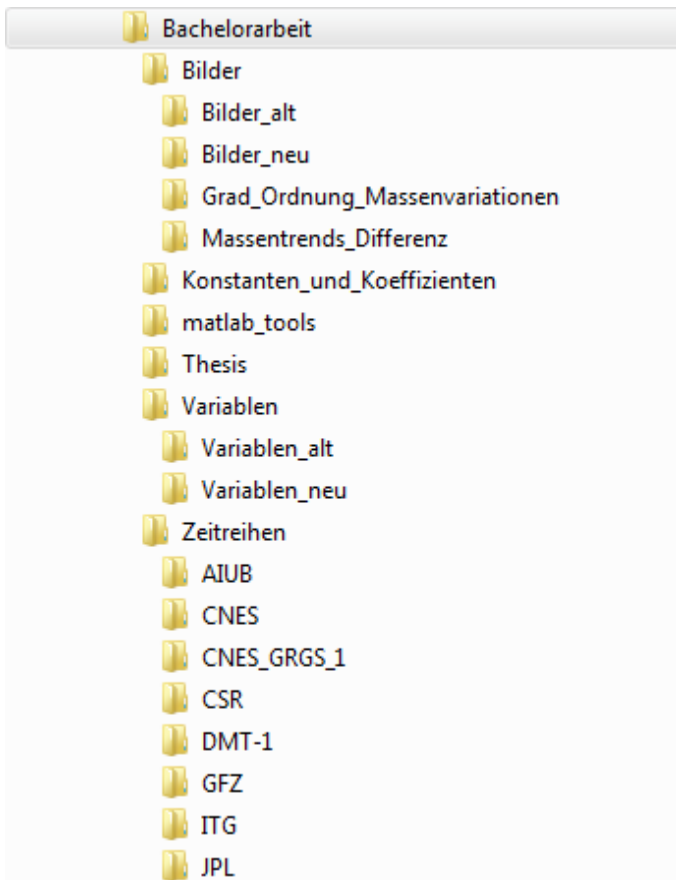
Konstanten, Koeffizienten und Variablen

coast30.mat	Küstenlinie
cs_CNES_1.mat	Stokes-Koeffizienten von CNES-GRGS-Modell für Zeitintervall von 02.06.2008 bis 26.08.2009 im CS-Format
daten.mat	Stokes-Koeffizienten für alle Schwerefeldmodelle in CS-Format

daten_roh.mat	Stokes-Koeffizienten für alle Schwerefeldmodelle in CS-Format aus Vorverarbeitungsphase
ice4g.geoid.kff	Koeffizienten für GIA-Modell
lambda.mat	Geographische Länge
loadlove_farrell.dat	Love'sche Auflastzahlen
mas_tr.mat	Massentrends aus der Vorverarbeitungsphase
mass_anpass.mat	Angepasste Massentrende
mass_trend_nm.mat	Massentrends von einzelnen Stokes-Koeffizienten und von den Spektralbereichen
mass_var.mat	Massenvariationen
namen.mat	Namen von den Schwerefeldmodellen
SC.mat	Die Stokes-Koeffizienten im SC-Format
SC_korr.mat	Die Stokes-Koeffizienten im SC-Format in e.q.h. gefiltert und korrigiert auf GIA-Modell
t_CNES_1.mat	Zeitvektor für die Stokes-Koeffizienten von CNES-GRGS-Modell für Zeitintervall von 02.06.2008 bis 26.08.2009 im CS-Format
theta.mat	Geographische Ko-Breite
theta_GR_bis100.kff	
Trend_korr.mat	Trends von den Änderungen der Oberflächenmassendichte korrigiert auf GIA
Trend_korr1.mat	
Trend_mas.mat	Trends der Massenvariationen berechnet mit den Trends von den Stokes-Koeffizienten
Trend_q.mat	Trends von den Änderungen der Oberflächenmassendichte
Trend_sc.mat	Trends von den Stokes-Koeffizienten im SC-Format
zeit.mat	Zeitvektoren für die Schwerefeldmodelle (gemeinsamer Zeitraum)
zeit_roh.mat	Zeitvektoren für die Schwerefeldmodelle aus der Vorbearbeitungsphase
zeta_GR_bis100.kff	Die Koeffizienten der Gebietsfunktion

Anhang B

Ordnerstruktur der Anlage-CD:



- Bilder
 - **Bilder_alt** → Plots für die Ausgangsdaten:
 - Dreiecksplots:
 - Stokes-Koeffizienten
 - sin- und cos- Amplituden
 - Standardabweichung
 - Fehler der Ausgleichung
 - Trend
 - Koeffizienten der Oberflächendichteänderungen
 - Gauß-gefilterte Änderungen der Stokes-Koeffizienten
 - Karten für gesamten Geoid und Grönland:
 - Oberflächendichteänderungen
 - sin- und cos- Amplituden

- Standardabweichung
- Fehler der Ausgleichung
- Gauß-gefilterte Änderungen der Oberflächendichte
- Trend-Karten
- GIA-Korregierte Trend-Karten
- Massenvariationen
- Angepasste Massenvariationen
- **Bilder_neu** → Plots für die Daten nach dem festlegen des gemeinsamen Zeitintervalls (Inhalt identisch zu dem Ordner "Bilder_alt")
- **Grad_Ordnung_Massenvariationen** → Plots der Massenvariationen von den Koeffizienten von bestimmten Graden, Ordnungen, Grad- und Ordnungsbereichen
- **Massentrends_Differenz** → Karten der Differenzen der einzelnen Trends der Oberflächendichteänderungen zu dem Mittelwert für das Geoid und für Grönland, sowie die Karten des Verhältnisses zwischen JPL- und anderen Lösungen
- **Konstanten_und_Koeffizienten** → Verwendeten Konstanten und Koeffizienten, z.Bsp. GIA-ICE-4G-Modells
- **Matlab_tools** → Verwendeten Funktionen und Skript-files
- **Thesis** → PDF-Dokument der Bachelorarbeit
- Variablen
 - **Variablen_alt** → Zwischenergebnisse der Berechnungen für die Ausgangsdaten, z.Bps. eingelesene Stokes-Koeffizienten, Trends...
 - **Variablen_neu** → Zwischenergebnisse der Berechnungen für die Daten nach dem festlegen des gemeinsamen Zeitintervalls (Inhalt identisch zu dem Ordner "Variablen_alt")
- **Zeitreihen** → Zeitreihen der Schwerefeldmodellen:
 - Astronomisches Institut, Universität Bern (**AIUB**)
 - Groupe de Recherches de Géodésie Spatiale :
 - **CNES** (von 07.2002 bis 05.2008)
 - **CNES-GRGS_1** (von 06.2008 bis 08.2009)
 - University of Texas at Austin (**CSR**)
 - DEOS Mass Transport model release 1 (**DMT-1**)
 - GeoForschungsZentrum Potsdam (**GFZ**)
 - Institut für Theoretische Geodäsie Bonn (**ITG**)
 - Jet Propulsion Laboratory der NASA (**JPL**)

Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelor's Thesis selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe angefertigt habe. Die verwendeten Literaturquellen sind im Literaturverzeichnis vollständig aufgeführt.

München, den 18.07.2011