



Love'sche Zahlen: Kritische Parameter bei der Modellierung der Erdrotation

Stephanie Kirschner und Florian Seitz



Technische Universität München

ESPACE

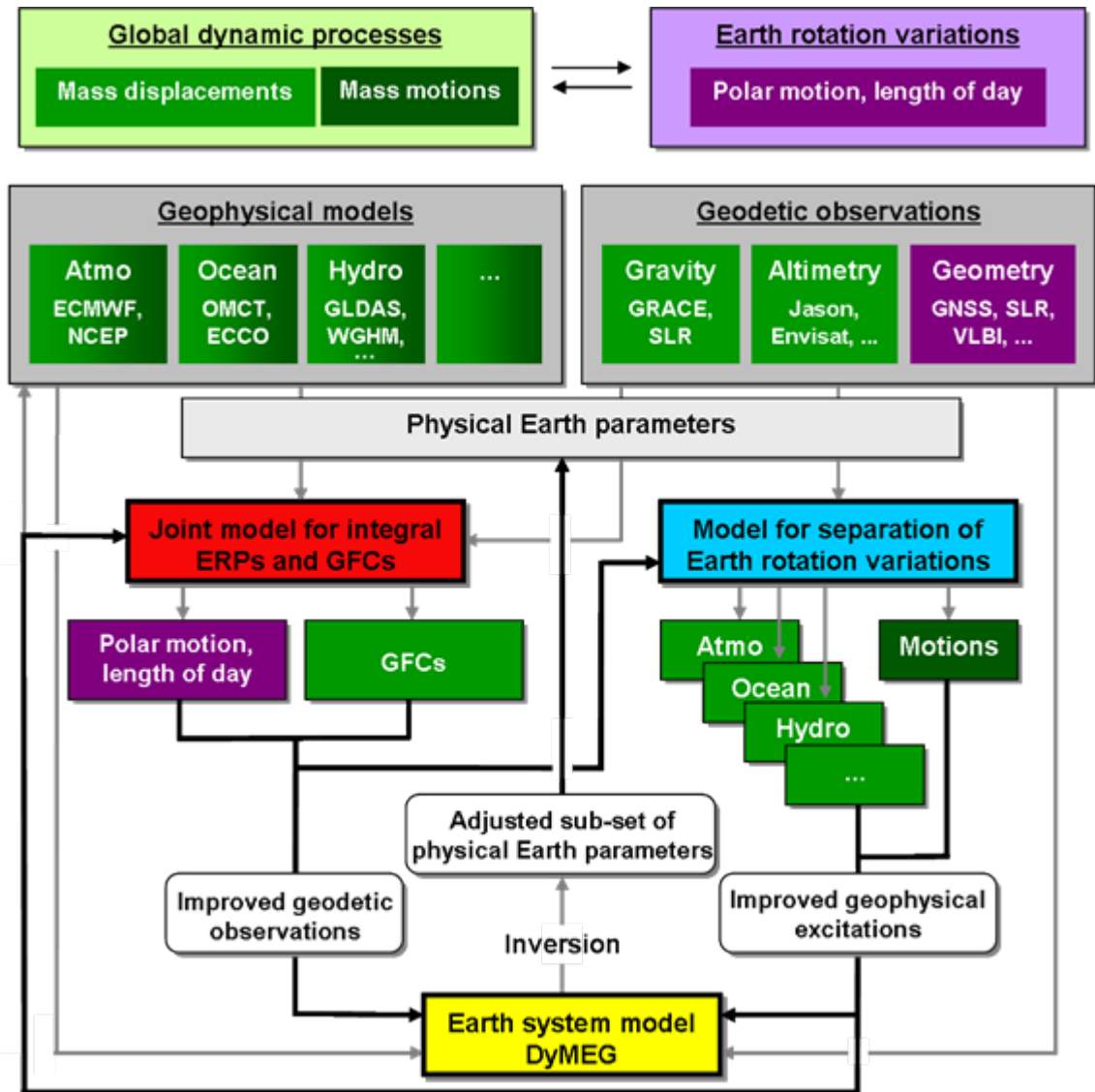


Übersicht

- Projektübersicht
- Rotationsdeformation
- Lovezahlen
 - Grundprinzip der Berechnung
 - Analytische Lösung
 - Annahmen
- Ziele
- Ausblick



Projektübersicht



Rot:



Türkis:



Gelb:

ESPACE

Rotationsdeformation

Liouville-Gleichung:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{I}(t) \cdot \boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{h}(t)) + \boldsymbol{\omega}(t) \times (\mathbf{I}(t) \cdot \boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{h}(t)) = \mathbf{L}(t)$$

\mathbf{I} : Trägheitstensor
 $\boldsymbol{\omega}$: Rotationsvektor der Erde
 \mathbf{h} : Relativer Drehimpuls
 \mathbf{L} : Lunisolare Drehmomente

Rotationsdeformation:

Rotationsschwankungen

- Zeitlichen Variation des Zentrifugalpotentials
- Massenverlagerungen in den einzelnen Komponenten
- Variation der Trägheitstensorskomponenten

$$\Delta \mathbf{C}_{21}(t) = -\frac{\Omega^2 a^3}{3GM_E} (\mathfrak{R}(k_2) \cdot m_1(t) + \mathfrak{I}(k_2) \cdot m_2(t)) + O^2$$

$$\Delta \mathbf{S}_{21}(t) = -\frac{\Omega^2 a^3}{3GM_E} (\mathfrak{R}(k_2) \cdot m_2(t) - \mathfrak{I}(k_2) \cdot m_1(t)) + O^2$$

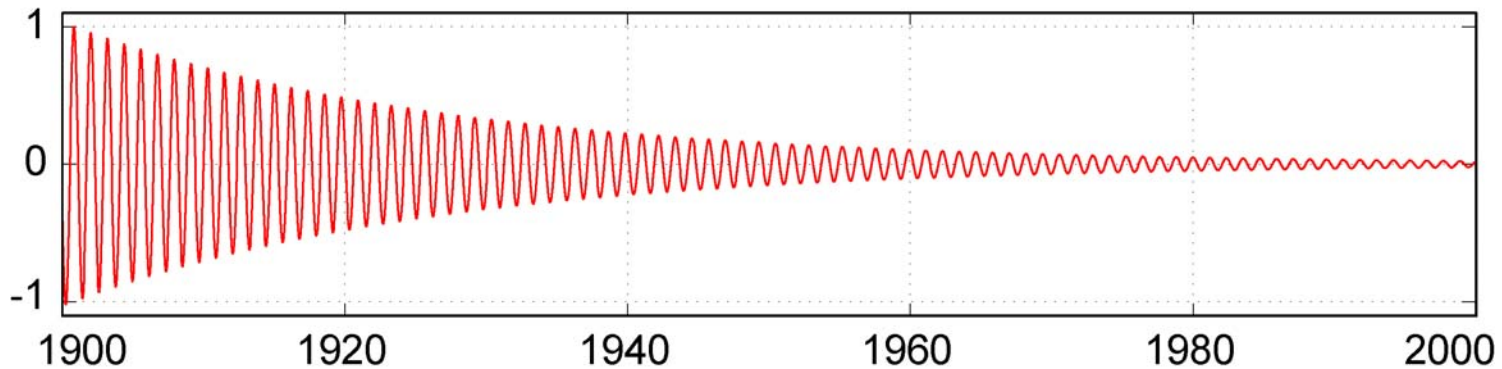
Ω : Winkelgeschwindigkeit
 a : Mittlerer Erdradius
 G : Gravitationskonstante
 M_E : Masse der Erde
 k_2 : Lovezahl
 m_i : Modellparameter

$$k_2 = k_2^* + \Delta k_2^O + \Delta k_2^A$$

$$k_2 = 0,2952 + 0,0448 + 0,0125 + 0,0036i = 0,35 + 0,0036i \quad \text{IERS Convention 2003 Kap. 6}$$



Freie Kreiselbewegung aus DyMEG



Die Einhüllende entspricht der Dämpfungsfunktion $c(t)$:

$$c(t) = c_0 \cdot e^{-\delta(t-t_0)}$$

Dämpfungskoeffizient:

$$\delta = \frac{\ln(c(t_i) / c(t_{i+1}))}{t_{i+1} - t_i}$$

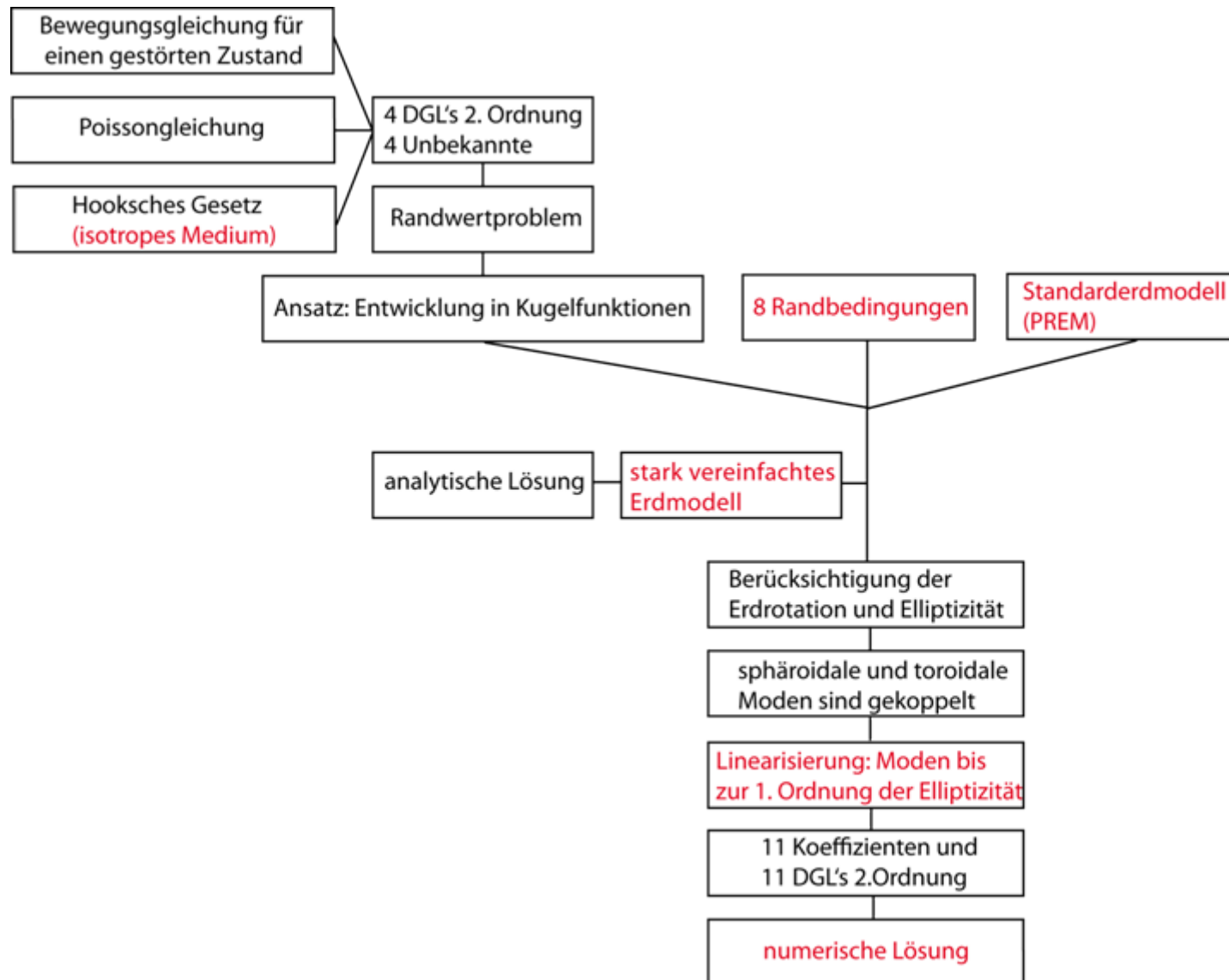
Dämpfungsfaktor:

$$Q^{-1} = \frac{\delta(t_{i+1} - t_i)}{\pi}$$

CW-Periode	Q	[Intervall]	Quelle
434,0±2,5 d	100	[50,400]	Wilson und Haubrich (1976)
431,7 d	24		Lenhardt und Groten (1985)
433,3 ± 3,6 d	179	[47,>1000]	Wilson und Vicente (1990)
439,5 ± 1,2 d	72	[30,500]	Kuehne et al. (1996)
433,7 ± 1,8 d	49	[35,100]	Furuja und Chao (1996)
413-439 d			Schuh et al. (2001)
431,9 d	82		DyMEG ($k_2=0,35+0,0036i$)



Lovezahlen: Grundprinzip der Berechnung



Analytische Lösung

- Nur für stark vereinfachte Erdmodelle
z.B. inkompressible, homogene, nicht rotierende Kugel

$$\bar{u}(a, \theta, \phi) = h_n \frac{\psi^p(a, \theta, \phi)}{g_0} \vec{e}_r + l_n \frac{1}{g_0} \nabla_1 \psi^p(a, \theta, \phi)$$

$$\psi^s(a, \theta, \phi) = k_n \psi^p(a, \theta, \phi)$$

Lösung beschrieben durch 3 dimensionslose Parameter (Lovezahlen):

$$h_n = \frac{n(2n+1)\rho g a}{(2n-1)((2n^2+4n+3)\mu + n\rho g a)}$$

$$l_n = \frac{3}{n(2n+1)} h_n$$

$$k_n = \frac{3}{2n+1} h_n$$



Annahmen

- Isotropes Material (Hooksches Gesetz)
- Stetige Verschiebung an den Materialgrenzen
- Stetigkeit des Potentials
- Diskontinuität in dem Normalgradient des Potentials
- Kopplung durch Flächenkräfte
- Nur kleine Verschiebungen (Störungstheorie)
- Linearisierung
- Standardmodell (PREM)

Nicht berücksichtigt:

- Anelastizität → Hooksches Gesetz für ein viskoelastisches Material
- Ozeanpolgezeiten → Korrekturterm Δk_2^0



Ziele

- Weiterentwicklung von DyMEG
 - ◆ Anpassung an die neuen IERS-Konventionen von 2003
 - ◆ Aktualisierung der geophysikalischen Daten
- Inversion von DyMEG
 - ◆ Erweiterte Sensitivitätsanalyse
 - ◆ Formulierung eines geeigneten funktionalen Modells für die Inversion
 - ◆ Bestimmung ausgewählter physikalischer Erdparameter und Vergleich mit unabhängigen Studien
- Abschätzung der Qualitätszunahme



Ausblick

- Modifizierung des DyMEG
- Implementierung der Inversion
 - ◆ Identifizierung der Modellparameter, die einen starken Einfluss auf das numerische Ergebnis haben
 - ◆ Entwicklung eines geeigneten Modells für die Inversion
 - Adaptiver Kalmanfilter
 - Alternative Modelle
 - ◆ Bestimmung der physikalischen Erdparameter





**Vielen Dank für Ihre
Aufmerksamkeit!**

TUM

Technische Universität München

ESPACE





Lovezahlen

Bewegungsgleichung
für einen gestörten Zustand:

$$\nabla V_E(\vec{r}, t) dm + \nabla \cdot \vec{T}_E(\vec{r}, t) dv = \left[\ddot{\vec{u}} + 2\vec{\Omega} \times \dot{\vec{u}} + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \right] dm$$

linearisiert: $\rho_0 \nabla \psi_E - \nabla \cdot (\rho_0 \vec{u}) \cdot \vec{g}_0(\vec{r}) + \nabla \cdot \vec{T}'_E = \rho_0 \left[\ddot{\vec{u}} + 2\vec{\Omega} \times \dot{\vec{u}} \right]$

Poissongleichung
(linearisiert):

$$\rho_0 \nabla \psi_E - \nabla^2 \psi_E = 4\pi G \nabla \cdot (\rho_0 \vec{u})$$

Hookesches Gesetz
(isotropes Medium):

$$\vec{T}' = \lambda(\nabla \cdot \vec{u}) \vec{I} + \mu \left[\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T \right]$$

